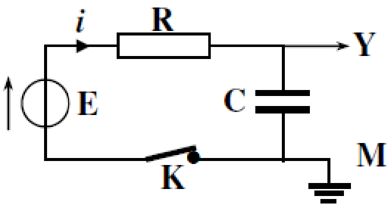
التمرين الأول : علوم تجريبية 2008

قصد شحن مكثفة مفرغة ، سعتها (C) ، نربطها على التسلسل مع العناصر الكهربائية التالية :

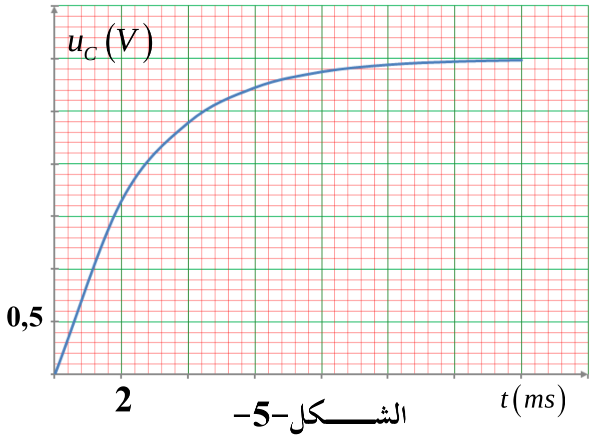
- مولد كهربائي ذو توتر ثابت $E = 3V$ مقاومته الداخلية مهملة .
- ناقل أومي مقاومته $R = 10^4 \Omega$.
- قاطعة K .



الشكل -4-

لإظهار التطور الزمني للتوتر $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة ، نصلها براسم اهتزاز مهبطي ذي ذاكرة . الشكل-4-

نغلق القاطعة K في اللحظة $t = 0$ فنشاهد على شاشة راسم الاهتزاز المهبطي المنحنى $u_C(t)$ الممثل في الشكل-5-



الشكل -5-

1. ما هي شدة التيار الكهربائي المار في الدارة بعد مدة $\Delta t = 15s$ من غلقها ؟
2. أعط العبارة الحرفية لثابت الزمن τ ، وبين أن له نفس وحدة قياس الزمن .
3. عين بيانيا قيمة τ واستنتج السعة (C) للمكثفة .
4. بعد غلق القاطعة (في اللحظة $t = 0$) : $u_C(V)$

أ- أكتب عبارة شدة التيار الكهربائي $i(t)$ المار في الدارة بدلالة $q(t)$ شحنة المكثفة .

ب-اكتب عبارة التوتر الكهربائي $u_C(t)$ بين لبوسي المكثفة بدلالة الشحنة $q(t)$.

جـ- بين أن المعادلة التفاضلية التي تعبر عن $u_C(t)$ تعطى بالعبارة : $u_C + RC\dfrac{du_C}{dt} = E$.

5. يعطى حل المعادلة التفاضلية السابقة بالعبارة : $u_C(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{A}}\right)$. استنتج العبارة الحرفية للثابت A . وما هو مدلوله الفيزيائي ؟

الحل المفصل

1. تحديد شدة التيار الكهربائي المار في الدارة بعد مدة $\Delta t = 15s$ من غلقها .

من البيان لما $\Delta t = 15s$ نجد : $u_C = 3V$ وبالتالي : $u_R = E - u_C = 0$ ؛ لكن : $u_R = Ri$ ومنه $i = 0$.

2. كتابة لعبارة الحرفية لثابت الزمن τ ، وتبين أن له نفس وحدة قياس الزمن .

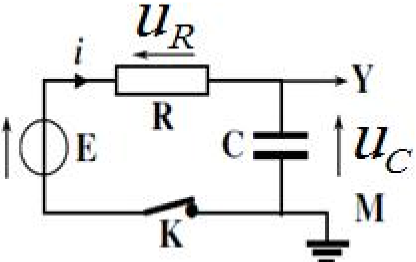
عبارة ثابت الزمن هي : $\tau = RC$.

وبالتالي : $[\tau] = [R][C] = \dfrac{[U]}{[I]}.\dfrac{[Q]}{[U]} = \dfrac{[Q]}{[I]} = \dfrac{[I][T]}{[I]} = [T]$ ، ومنه ثابت الزمن متجانس مع وحدة الزمن .

3. تعين بيانيا قيمة τ واستنتاج السعة (C) للمكثفة .

من البيان لَمّا : $u_C = 0,63 \times E = 0,63 \times 3 = 1,89V$ نجد : $\tau = 1,25 \times 2 = 2,5s$.

ولدينا : $\tau = RC$ وبالتالي : $C = \dfrac{\tau}{R}$ إذن : $C = \dfrac{2,5}{10^4} = 2,5 \times 10^{-4} F = 250 \mu F$.



4. أ- عبارة شدة التيار الكهربائي $i(t)$ المار في الدارة بدلالة $q(t)$ شحنة المكثفة : $i(t) = \dfrac{dq(t)}{dt}$

ب- عبارة التوتر الكهربائي $u_C(t)$ بين لبوسي المكثفة بدلالة $q(t)$ شحنة المكثفة : $u_C(t) = \dfrac{1}{C}.q(t)$

جـ- كتابة المعادلة التفاضلية التي تعبر عن $u_C(t)$.

حسب قانون جمع التوترات لدينا : $u_C + u_R = E$.

ولدينا : $u_R(t)=R.i(t)=R\frac{dq(t)}{dt}=RC\frac{du_C(t)}{dt}$ ، ومنه : $u_C+RC\frac{du_C}{dt}=E$

.5 **استنتاج العبارة الحرفية للثابت A . وتحديد مدلوله الفيزيائي ؟**

لدينا : $u_C(t)=E\left(1-e^{-\frac{t}{A}}\right)$ ، وبالتالي : $\frac{du_C(t)}{dt}=\frac{E}{A}e^{-\frac{t}{A}}$.

ولدينا : $u_C+RC\frac{du_C}{dt}=E$ ، إذن : $E\left(1-e^{-\frac{t}{A}}\right)+RC\frac{E}{A}e^{-\frac{t}{A}}=E$ ، أي : $1-e^{-\frac{t}{A}}+\frac{RC}{A}e^{-\frac{t}{A}}=1$.

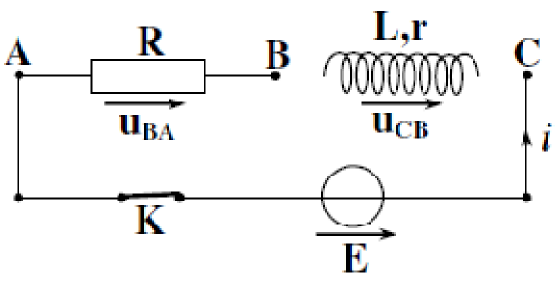
إذن : $\left(\frac{RC}{A}-1\right)e^{-\frac{t}{A}}=0$ وبالتالي : $\frac{RC}{A}-1=0$ ومنه: $A=RC$ وهو ثابت الزمن

مدلوله الفيزيائي : هو المدة الزمنية لبلوغ شحنة –فرق الكمون بين طرفي– المكثفة 63% من قيمتها الأعظمية ، وهو مؤشر لمدة شحن المكثفة .

التمرين الثاني : علوم تجريبية 2008

تحتوي الدارة الكهربائية المبينة في الشكل -2- على :

- مولد توتره الكهربائي ثابت $E=12V$.
- ناقل أومي مقاومته $R=10\Omega$.
- وشيعة ذاتيتها L ومقاومتها r .
- قاطعة K .



الشكــــــل -2-

.1 نستعمل راسم اهتزاز مهبطي ذي ذاكرة ، لإظهار التوترين الكهربائيين (u_{BA}) و (u_{CB}) .

بين على مخطط الدارة الكهربائية ، كيف يتم ربط الدارة الكهربائية بمدخلي هذا الجهاز ؟

.2 نغلق القاطعة K في اللحظة $t=0$. يمثل الشكل -3- المنحنى $u_{BA}=f(t)$

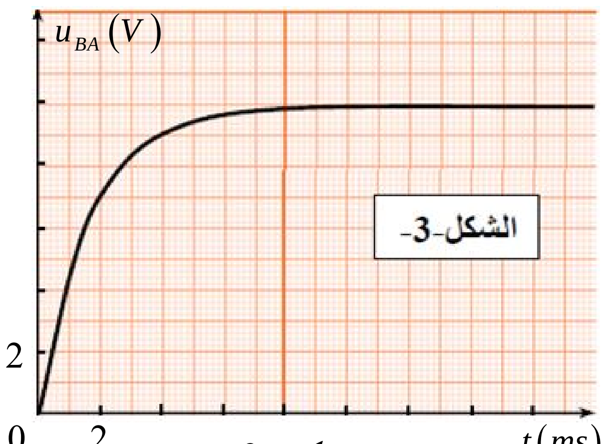
المشاهد على شاشة راسم الاهتزاز المهبطي .

عندما تصبح الدارة في حالة النظام الدائم ، أوجد قيمة :

أ- التوتر الكهربائي (u_{BA}) .

ب-التوتر الكهربائي (u_{CB}) .

جـ- الشدة العظمى للتيار المار في الدارة .



الشـــــكل -3-

.3 بالاعتماد على البيان (الشــــكل -3-) استنتج :

أ- قيمة (τ) ثابت الزمن المميز للدارة .

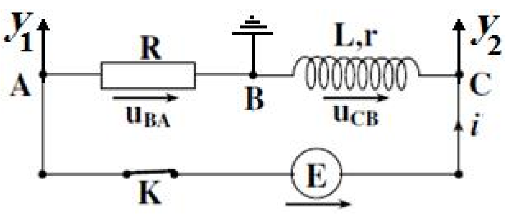
ب-مقاومة وذاتية الوشيعة .

.4 احسب الطاقة الأعظمية المخزنة في الوشيعة .

الحل المفصل :

.1 **توضيح كيفية ربط الدارة الكهربائية بمدخلي هذا جهاز راسم الإهتزاز المهبطي .**

أنظر الشكل المقابل .



.2 **من البيان في النظام الدائم نجد :**

أ- التوتر الكهربائي (u_{BA}): $u_{BA}=u_R=10V$.

ب- التوتر الكهربائي (u_{CB}) : $u_{CB}=u_b=E-u_R=12-10=2V$.

جـ- الشدة العظمى للتيار المار في الدارة : $I=\frac{u_R}{R}=\frac{10}{10}=1A$

.3 **أ- تحديد قيمة (τ) ثابت الزمن المميز :** من البيان لما $u_R=0,63\times10=6,3V$ نجد : $\tau=0,8\times2=1,6s$.

ب- مقاومة وذاتية الوشيعة .

لدينا : في النظام الدائم $u_b = r.I$ وبالتالي : $r = \frac{u_b}{I} = \frac{2}{1} = 2\Omega$.

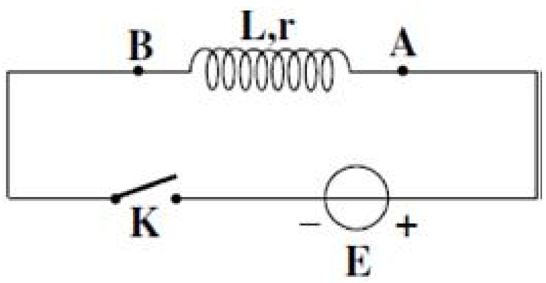
ولدينا : $\tau = \frac{L}{R+r}$ ، $L = \tau(R+r) = 1,6\times10^{-3}\times12 = 1,92\times10^{-3}H$

4. حساب الطاقة الأعظمية المخزنة في الوشيعة .

لدينا : $E(L) = \frac{1}{2}L.I^2$ وبالتالي : $E(L) = \frac{1}{2}\times1,92\times10^{-3}.(1)^2 = 9,6\times10^{-4}J$.

التمرين الثالث : رياضيات و تقني رياضي 2008

بغرض معرفة سلوك ومميزات وشيعة مقاومتها (r) وذاتيتها (L) ، نربطها على التسلسل بمولد ذي توتر كهربائي ثابت $E = 4,5V$ و قاطعة K . الشكل -1-



الشـــــكل -1-

1. أنقل مخطط الدارة على ورقة الإجابة وبين عليه جهة مرور التيار الكهربائي وجهتي السهمين الذين يمثلان التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة وبين طرفي المولد .

2. في اللحظة $t=0$ نغلق القاطعة K :

أ– بتطبيق قانون جمع التوترات ، أوجد المعادلة التفاضلية التي تعطي الشدة اللحظية $i(t)$ للتيار الكهربائي المار في الدارة .

ب–بين أن المعادلة التفاضلية السابقة تقبل حلا من الشكل $i(t) = I_0\left(1-e^{-\frac{r}{L}t}\right)$ حيث I_0 هي الشدة العظمى للتيار الكهربائي المار في الدارة .

3. تعطى الشدة اللحظية للتيار الكهربائي بالعبارة : $i(t) = 0,45\left(1-e^{-10t}\right)$ حيث (t) بالثانية و (i) بالآمبير .

– أحسب قيم المقادير الكهربائية التالية :

أ– الشدة العظمى (I_0) للتيار الكهربائي المار في الدارة .

ب–المقاومة (r) للوشيعة .

جـ– الذاتية (L) للوشيعة .

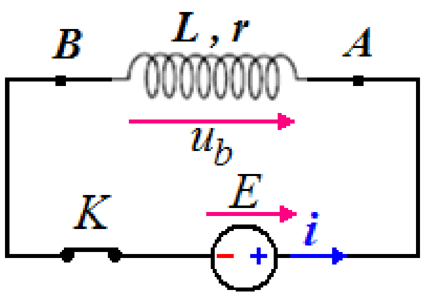
د– ثابت الزمن (τ) المميز للدارة .

4. أ– ما قيمة الطاقة المخزنة في الوشيعة في حالة النظام الدائم ؟

ب– أكتب عبارة التوتر الكهربائي اللحظي بين طرفي الوشيعة .

جـ– أحسب قيمة التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة في اللحظة $(t = 0,3s)$.

الحل المفصل :



1. رسم مخطط الدارة . الرسم بالشكل المقابل .

2. أ– كتابة المعادلة التفاضلية المميزة للدارة .

حسب قانون جمع التوترات لدينا : $u_b(t) = E$ إذن: $ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} = E$.

ومنه : $\frac{di(t)}{dt} + \frac{r}{L}i(t) = \frac{E}{L}$.

ب– التأكد من حل المعادلة التفاضلية .

لدينا : $i(t) = I_0\left(1-e^{-\frac{r}{L}t}\right)$ ، وبالتالي : $\frac{di}{dt} = I_0.\frac{r}{L}.e^{-\frac{r}{L}t}$.

إذن : $\frac{di(t)}{dt} + \frac{R}{L}i(t) = I_0.\frac{r}{L}.e^{-\frac{r}{L}t} + \frac{r}{L}I_0\left(1-e^{-\frac{r}{L}t}\right) = \frac{r}{L}I_0$ ؛ لكن : $I_0 = \frac{E}{r}$.

وبالتالي : $\frac{di(t)}{dt}+\frac{R}{L}i(t)=\frac{r}{L}\frac{E}{r}=\frac{E}{L}$. ومنه العبارة : $i(t)=I_0\left(1-e^{-\frac{r}{L}t}\right)$ حل للمعادلة التفاضلية .

3. تعين قيم المقادير الكهربائية المميزة للدارة .

أ- **الشدة الأعظمية للتيار المار في الدارة :** في النظام الدائم ($t>5\tau$) لدينا : $I_0=0,45A$.

ب- **مقاومة الوشيعة :** لدينا $I_0=\frac{E}{r}$ ، وبالتالي $r=\frac{E}{I_0}=\frac{4,5}{0,45}=10\Omega$.

جـ- **ذاتية الوشيعة :** لدينا $\frac{r}{L}=10$ ، وبالتالي $L=\frac{r}{10}=\frac{10}{10}=1H$.

د- **ثابت الزمن :** لدينا $\tau=\frac{L}{r}$ ، وبالتالي $\tau=\frac{1}{10}=0,1s$

4. أ- الطاقة المخزنة في الوشيعة في حالة النظام الدائم .

لدينا : $E(L)=\frac{1}{2}L.I_0^2$ ، وبالتالي $E(L)=\frac{1}{2}\times1\times(0,45)^2=0,101J$.

ب- **كتابة عبارة التوتر الكهربائي اللحظي بين طرفي الوشيعة .**

لدينا : $u_b=E=4,5V$.

عبارة فرق الكمون الذاتي : $u_L(t)=L\frac{di}{dt}=L.I_0.\frac{r}{L}.e^{-\frac{r}{L}t}=E.e^{-\frac{r}{L}t}$ ، ومنه : $u_L(t)=4,5.e^{-10t}$.

جـ- **حساب قيمة التوتر الذاتي في اللحظة** $(t=0,3s)$.

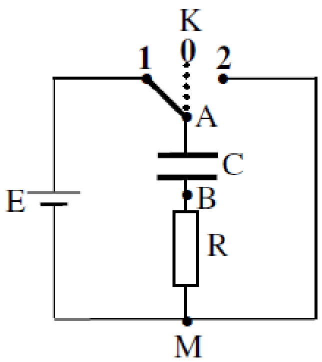
لدينا : $u_L(t)=4,5.e^{-10t}$ ، وبالتالي : $u_L(0,3)=4,5.e^{-10\times0,3}=4,5.e^{-3}=0,224V$.

التمرين الرابع : رياضيات و تقني رياضي 2008

في حصة للأعمال المخبرية اقترح الأستاذ على تلاميذه مخطط الدارة الممثلة في الشكل -2- لدراسة ثنائي القطب RC .

تتكون الدارة من العناصر الكهربائية التالية :

- مولد توتره الكهربائي ثابت : $E=12V$.
- مكثفة (غير مشحونة) سعتها $C=1,0\mu F$.
- ناقل أومي مقاومته $R=5\times10^3\Omega$.
- بـــــــادلة K .



الشـــــكل -2-

1. نجعل البادلة في اللحظة $t=0$ على الوضع (1) .

أ- ماذا يحدث للمكثفة ؟

ب-كيف يمكن عمليا مشاهدة التطور الزمني للتوتر الكهربائي u_{AB} ؟

جـ- بين أن المعادلة التفاضلية التي تحكم اشتغال الدارة الكهربائية عبارتها : $RC\frac{du_{AB}}{dt}+u_{AB}=E$.

د- أعط عبارة (τ) الثابت المميز للدارة ، وبين باستعمال التحليل البعدي أنه يقدر بالثانية في النظام الدولي للوحدات (SI) .

هـ- بين أن المعادلة التفاضلية السابقة (1- جـ) تقبل العبارة : $u_{AB}=E\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ حلا لها .

و- أرسم شكل المنحني البياني الممثل للتوتر الكهربائي $u_{AB}=f(t)$ وبين كيفية تحديد τ من البيان .

ي- قارن بين قيمة التوتر u_{AB} في اللحظة $t=5\tau$ و E . ماذا تستنتج ؟

2. بعد الانتهاء من الدراسة السابقة ، نجعل البادلة في الوضع (2) .

أ- ماذا يحدث للمكثفة ؟

ب–أحسب قيمة الطاقة الأعظمية المحولة في الدارة الكهربائية .

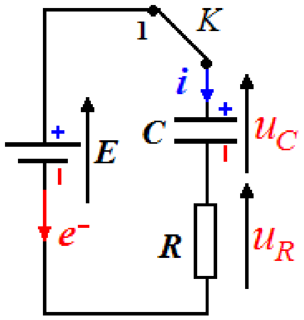
الحل المفصل :

1. **أ – التفسير** : عند جعل البادلة في الوضع 1 يمر تيار بالدارة مما يؤدي إلى شحن المكثفة .

ب – تبين كيف مشاهدة التطور الزمني للتوتر الكهربائي u_{AB} .

يمكن مشاهدة التطور الزمني للتوتر الكهربائي u_{AB} وذلك بربط طرفي المكثفة إلى راسم إهتزاز مهبطي ذو ذاكرة ، أو جهاز إعلام آلي مزود ببطاقة مدخل .

جـ – كتابة المعادلة التفاضلية التي تحكم اشتغال الدارة الكهربائية .



حسب قانون جمع التوترات لدينا : $u_R + u_C = E$.

حيث : $u_R = R.i = R\dfrac{dq}{dt} = RC\dfrac{du_C}{dt}$.

ومنه : $RC\dfrac{du_C}{dt} + u_C = E$.

د – عبارة ثابت الزمن : $\tau = RC$.

التحليل البعدي : $[\tau]=[R].[C]=[U][I]^{-1}.[I][T][U]^{-1}=[T]$

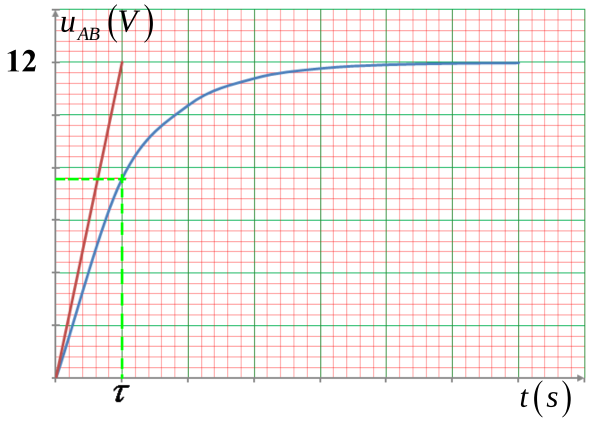
هـ – إثبات حل المعادلة التفاضلية .

لدينا : $u_C = E\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ ، إذن : $\dfrac{du_C}{dt} = \dfrac{E}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$.

وبالتالي : $RC\dfrac{du_C}{dt} + u_C = RC.\dfrac{E}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} + E\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = Ee^{-\frac{t}{\tau}} + E - Ee^{-\frac{t}{\tau}}$ ، أي : $RC\dfrac{du_C}{dt} + u_C = E$.

ومنه العبارة : $u_C = E\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ حل للمعادلة التفاضلية .

و – رسم المنحنى الممثل للتوتر الكهربائي $u_{AB} = f(t)$.



لدينا : $u_C = E\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ ، حيث : $E = 12V$

و $\tau = RC = 5\times10^3 \times 1,0\times10^{-6} = 5\times10^{-3}s = 5ms$.

وبالتالي : $u_C = 12\left(1-e^{-200.t}\right)$.

كيفية تحديد τ **من البيان .**

هو فاصلة نقطة تقاطع مماس البيان عند المبدأ مع المقارب ، وفاصلة النقطة ذات الترتيبة $u_{AB} = 0,63.E$.

ي – المقـــــــارنة : من البيان لمّا $t = 5\tau$ لدينا $u_{AB} = 11,9V$ ، وبالتالي $\dfrac{u_{AB}}{E} = \dfrac{11,9}{12} = 0,99$.

الإســـــتنتاج : عند اللحظة $t = 5\tau$ تبلغ شحنة المكثفة النسبة 99% من شحنتها الأعظمية .

2. **أ – التفسير** : عند إنتهاء الشحن وجعل البادلة في الوضع 2 تفرغ المكثفة في الناقل الأومي ، فتتحول الطاقة المخزنة بها إلى طاقة حرارية بالناقل الأومي

ب – تحديد قيمة الطاقة الأعظمية المحولة في الدارة الكهربائية .

لدينا : $E_C = \dfrac{1}{2}C.U_{max}^2 = \dfrac{1}{2}C.E^2$ ، وبالتالي : $E_C = \dfrac{1}{2}\times10^{-6}\times(12)^2 = 1,22\times10^{-4}J$.

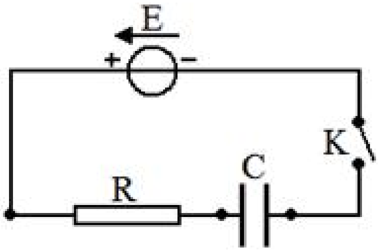
التمرين الخامس : علوم تجريبية 2009

تتكون الدارة الكهربائية المبينة في الشكل –1– من العناصر التالية موصولة على التسلسل :

- مولد كهربائي توتره ثابت $E = 6V$.
- مكثفة سعتها $C = 1,2\mu F$.

- ناقل أومي مقاومته $R=5k\Omega$.
- قاطعة K .

نغلق القاطعة :



الشـــكل -1

1. بتطبيق قانون جمع التوترات ، أوجد المعادلة التفاضلية التي تربط بين $u_C(t)$ ، $\frac{du_C(t)}{dt}$ ، E ، R و C .
2. تحقق إن كانت المعادلة التفاضلية المحصل عليها تقبل العبارة : $u_C(t)=E\left(1-e^{-\frac{1}{RC}t}\right)$ كحل لها .
3. حدد وحدة المقدار RC ، ما مدلوله العلمي بالنسبة للدارة الكهربائية ؟ اذكر اسمه .
4. أحسب قيمة التوتر الكهربائي $u_C(t)$ في اللحظات المدونة في الجدول التالي :

$t(ms)$	0	6	12	18	24
$u_C(t)(V)$					

5. أرسم المنحنى البياني : $u_C(t)=f(t)$.
6. أوجد العبارة الحرفية للشدة اللحظية للتيار الكهربائي $i(t)$ بدلالة E ، R و C ، ثم احسب قيمتها في اللحظتين $(t=0)$ و $(t\to\infty)$.
7. اكتب عبارة الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثفة ، احسب قيمتها عندما $(t\to\infty)$.

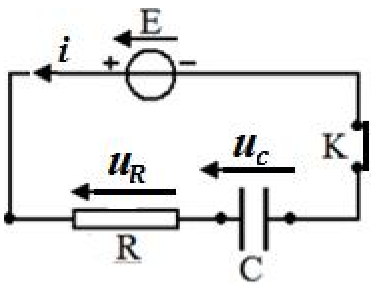
الحل المفصل :

1. كتابة المعادلة التفاضلية .

بتطبيق قانون جمع التوترات نجد : $u_C+u_R=E$ ، حيث : $u_R=R.i=RC\frac{du_C}{dt}$.

وبالتالي : $u_C+RC\frac{du_C}{dt}=E$.

ومنه تكتب المعادلة التفاضلية المميزة للدارة كما يلي : $\frac{du_C}{dt}+\frac{1}{RC}u_C=\frac{E}{RC}$.



2. إثبات أن العبارة : $u_C(t)=E\left(1-e^{-\frac{1}{RC}t}\right)$ حل للمعادلة التفاضلية .

لدينا : $u_C=E\left(1-e^{-\frac{1}{RC}t}\right)$ وبالتالي : $\frac{du_C}{dt}=\frac{E}{RC}e^{-\frac{1}{RC}t}$

إذن : $\frac{du_C}{dt}+\frac{1}{RC}u_C=\frac{E}{RC}e^{-\frac{1}{RC}t}+\frac{1}{RC}E\left(1-e^{-\frac{1}{RC}t}\right)=\frac{E}{RC}e^{-\frac{1}{RC}t}+\frac{E}{RC}-\frac{E}{RC}e^{-\frac{1}{RC}t}=\frac{E}{RC}$.

ومنه العبارة : $u_C(t)=E\left(1-e^{-\frac{1}{RC}t}\right)$ حل للمعادلة التفاضلية .

3. تحديد وحدة المقدار RC ، ومدلوله و اسمه .

$[RC]=[R][C]=\frac{[U]}{[A]}\frac{[Q]}{[U]}=\frac{[A][T]}{[A]}=[T]$ ومنه RC متناسب مع الزمن .

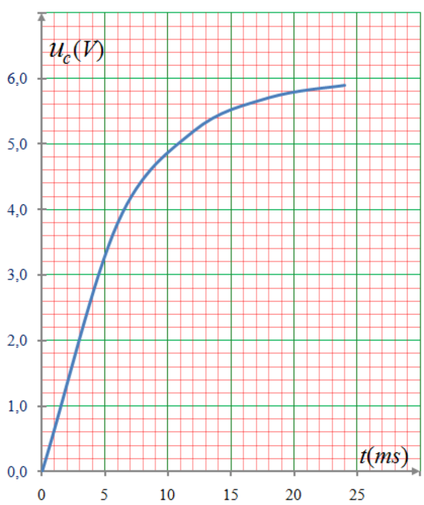
مدلوله العلمي : هو المدة اللازمة لشحن المكثفة بنسبة 63% ، ويسمى بثابت الزمن .

4. ملأ الجدول :

$t(ms)$	0	6	12	18	24
$u_C(t)(V)$	0	3,79	5,19	5,70	5,89

5. رسم المنحنى البياني : $u_C(t)=f(t)$.

أنظر الشكل المقابل .



6. إيجاد العبارة الحرفية للشدة اللحظية للتيار الكهربائي $i(t)$.

لدينا : $u_C(t)=E\left(1-e^{-\frac{1}{RC}t}\right)$ و $u_R=E-u_C$ و بالتالي : $u_R=E-E\left(1-e^{-\frac{1}{RC}t}\right)=Ee^{-\frac{1}{RC}t}$

لكن : $u_R=R.i$ أي : $i=\frac{u_R}{R}$ وبالتالي : $i(t)=\frac{E}{R}e^{-\frac{1}{RC}t}$.

ومنه : لما : $(t=0)$ لدينا : $I_0=\frac{E}{R}e^{-\frac{1}{RC}\times 0}=\frac{E}{R}$ أي : $I_0=\frac{6}{5\times 10^3}=1,2\times 10^{-3}A$.

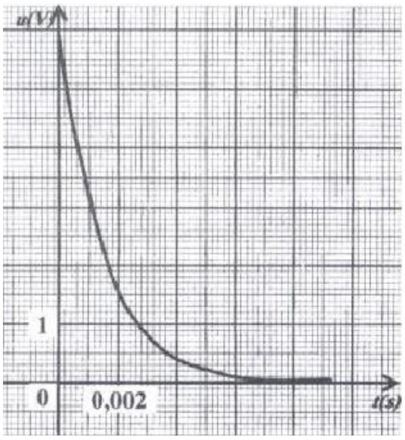
لما : $(t\to\infty)$ لدينا : $i_\infty=\frac{E}{R}e^{-\frac{1}{RC}\times\infty}=0$.

7. كتابة عبارة الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثفة .

عند $(t\to\infty)$ يكون قد اكتمل الشحن وبالتالي : $E_0=\frac{1}{2}C\,u_{C_{\max}}^2=\frac{1}{2}C.E^2$ ومنه : $E_0=\frac{1}{2}\times 1,2\times 10^{-6}\times 6^2=2,16\times 10^{-5}J$

التمرين السادس : علوم تجريبية 2009

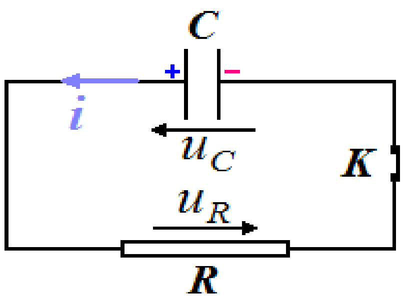
لدينا مكثفة سعتها $C=1,0\times 10^{-1}\mu F$ مشحونة مسبقا بشحنة كهربائية مقدارها $q=0,6\times 10^{-6}C$ ، وناقل أومي مقاومته $R=15k\Omega$ نحقق دارة كهربائية على التسلسل باستعمال المكثفة والناقل الأومي وقاطعة K . في اللحظة $t=0$ نغلق القاطعة :



الـــشكل -1

1. أرسم مخطط الدارة الموصوفة سابقا .
2. مثل على المخطط :
   - جهة مرور التيار الكهربائي في الدارة .
3. أوجد علاقة بين u_R و u_C .
4. بالاعتماد على قانون جمع التوترات ، أوجد المعادلة التفاضلية بدلالة u_C .
5. إن حل المعادلة التفاضلية السابقة هو من الشكل : $u_C=a\times e^{b.t}$ ، حيث a و b ثابتين يطلب تعيين قيمة كل منهما .
6. أكتب العبارة الزمنية للتوتر $u_C=f(t)$.
7. إن العبارة الزمنية u_C تسمح برسم البيان الشكل-1 :
   - اشرح على البيان الطريقة المتبعة للتأكد من القيم المحسوبة سابقا (السؤال 5) .

الحل المفصل :



1. **رسم مخطط للدارة الموصوفة** . أنظر المخطط المقابل .
2. **الجهة الحقيقية لمرور التيار الكهربائي في الدارة** : أنظر المخطط المقابل .
3. **إيجاد علاقة بين** u_R **و** u_C .

لدينا : $u_R=R.i=R\frac{dq}{dt}$ ، و لدينا : $q=C.u_C$ وبالتالي : $u_R=RC\frac{du_C}{dt}$.

4. **كتابة المعادلة التفاضلية بدلالة** u_C .

حسب قانون جمع التوترات لدينا : $u_C+u_R=0$ وبالتالي : $u_C+RC\frac{du_C}{dt}=0$ ومنه :

$\frac{du_C}{dt}+\frac{1}{RC}u_C=0$.

5. **تعيين قيمة الثابتين** a **و** b **ثابتين** .

من الشروط الإبتدائية لدينا : $u_C(0)=E=a=\frac{q(0)}{C}=\frac{0,6\times 10^{-6}}{0,1\times 10^{-6}}=6V$

لدينا : $u_C=a\times e^{b.t}$ وبالتالي : $\frac{du_C}{dt}=ab.e^{b.t}$

ولدينا : $\frac{du_C}{dt}+\frac{1}{RC}u_C=0$ إذن : $ab.e^{b.t}+\frac{1}{RC}a.e^{b.t}=0$ وبالتالي : $a\left(b+\frac{1}{RC}\right)e^{b.t}=0$

إذن : $b+\frac{1}{RC}=0$ وبالتالي : $b=-\frac{1}{RC}=-\frac{1}{\tau}-\frac{1}{15\times10^{3}\times0,1\times10^{-6}}=\frac{2000}{3}s^{-1}$.

ومنه : $u_C=E.e^{-\frac{1}{RC}t}$ أي : $u_C=6.e^{-\frac{2000}{3}.t}$.

6. تحديد الثابتين a و b بيانيا .

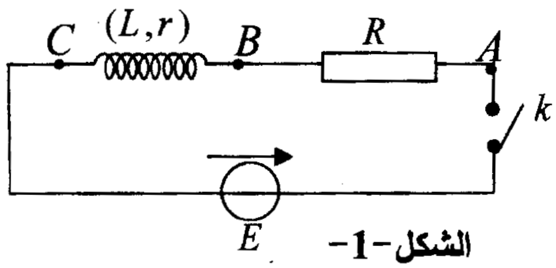
من البيان : لما $t=0$ نجد : $u_C(0)=a=6V$.

لما $u_C=0,37\times6=2,22V$ نجد : $\tau=0,75\times0,002=1,5\times10^{-3}s$.

وبالتالي : $b=-\frac{1}{\tau}=-\frac{1}{1,5\times10^{-3}}=-\frac{2000}{3}s^{-1}$.

التمرين السابع : رياضيات و تقني رياضي 2009

نربط على التسلسل العناصر الكهربائية التالية :



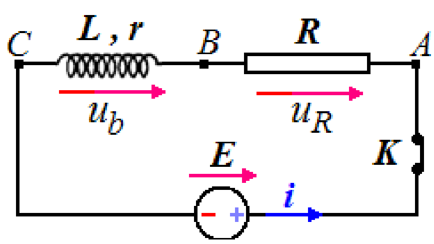
الشكل -1-

- مولد ذي توتر ثابت $(E=12V)$.
- وشيعة ذاتيتها $(L=300mH)$ ومقاومتها $(r=10\Omega)$.
- ناقل أومي مقاومته $(R=110\Omega)$.
- قاطعة (k) (الشكل -1-)

1. في اللحظة $(t=0s)$ نغلق القاطعة (k) :
   - أوجد المعادلة التفاضلية التي تعطي شدة التيار الكهربائي في الدارة .
2. كيف يكون سلوك الوشيعة في النظام الدائم ؟ وما هي عندئذ عبارة شدة التيار الكهربائي I_0 الذي يجتاز الدارة ؟
3. باعتبار العلاقة $i=A\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ حلا للمعادلة التفاضلية المطلوبة في السؤال -1-
   أ- أوجد العبارة الحرفية لكل من A و τ .
   ب-استنتج عبار التوتر الكهربائي u_{BC} بين طرفي الوشيعة .
4. أ- أحسب قيمة التوتر الكهربائي u_{BC} في النظام الدائم .
   ب- أرسم كيفيا شكل البيان $u_{BC}=f(t)$.

الحل المفصل :

1. كتابة المعادلة التفاضلية المميزة للدارة .



حسب قانون جمع التوترات لدينا : $u_R(t)+u_b(t)=E$

إذن: $Ri(t)+ri(t)+L\frac{di(t)}{dt}=E$ أي : $(R+r)i(t)+L\frac{di(t)}{dt}=E$

ومنه : $\frac{di(t)}{dt}+\frac{R+r}{L}i(t)=\frac{E}{L}$.

2. تحديد سلوك الوشعة في النظام الدائم .

في النظام الدائم يكون : $i(t)=I_0=Cte$ ، وبالتالي : $\frac{di(t)}{dt}=0$ ، إذن : $u_b=r.i$. ومنه الوشيعة تسلك سلوك ناقل أومي مقاومته r .

وبالتالي : $\frac{R+r}{L}I_0=\frac{E}{L}$ أي: $I_0=\frac{E}{R+r}=\frac{12}{120}=0,1A$.

3. أ- إيجاد العبارة الحرفية لكل من A و τ .

لدينا : $i=A\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ ، وبالتالي : $\frac{di}{dt}=\frac{A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$.

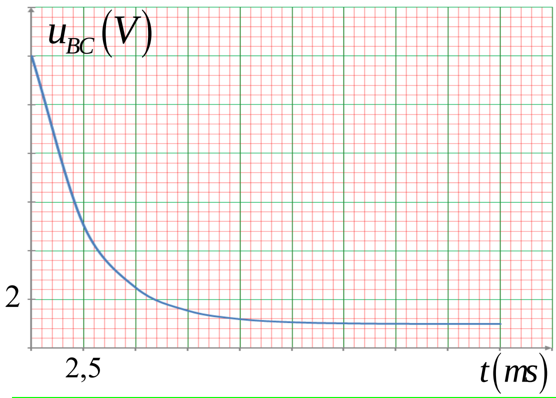
ولدينا $\frac{di(t)}{dt}+\frac{R+r}{L}i(t)=\frac{E}{L}$ وبالتالي : $\frac{A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}+\frac{R+r}{L}A-\frac{R+r}{L}Ae^{-\frac{t}{\tau}}=\frac{E}{L}$ ، أي : $A\left(\frac{1}{\tau}-\frac{R+r}{L}\right)e^{-\frac{t}{\tau}}+\frac{R+r}{L}A=\frac{E}{L}$.

إذن : $\frac{1}{\tau}-\frac{R+r}{L}=0$ و $\frac{R+r}{L}A=\frac{E}{L}$ ، ومنه : $\tau=\frac{L}{R+r}$ و $A=\frac{E}{R+r}=I_0$.

ب− استنتج عبار التوتر الكهربائي u_{BC} بين طرفي الوشيعة .

لدينا : $i(t)=\frac{E}{R+r}\left(1-e^{-\frac{R+r}{L}t}\right)$ ، وبالتالي: $\frac{di}{dt}=\frac{E}{L}e^{-\frac{R+r}{L}t}$.

إذن : $u_{BC}=L\frac{di}{dt}+r.i=L.\frac{E}{L}e^{-\frac{R+r}{L}t}+r.\frac{E}{R+r}\left(1-e^{-\frac{R+r}{L}t}\right)$. أي : $u_{BC}=Ee^{-\frac{R+r}{L}t}+\frac{r}{R+r}E-\frac{r}{R+r}Ee^{-\frac{R+r}{L}t}$.



ومنه : $u_{BC}=\frac{r}{R+r}E+\frac{R}{R+r}Ee^{-\frac{R+r}{L}t}$.

أي : $u_{BC}=\frac{10}{120}.12+\frac{110}{120}.12e^{-\frac{120}{0,3}t}$ ، ومنه : $u_{BC}=1+11.e^{-400.t}$.

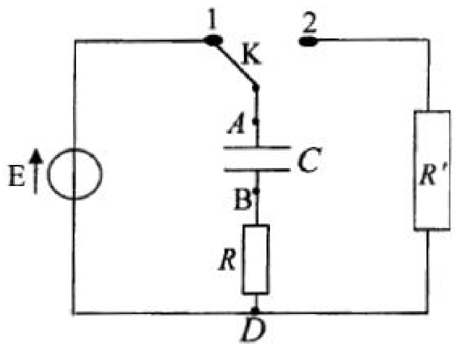
4. أ− حساب قيمة التوتر الكهربائي u_{BC} في النظام الدائم .

في النظام الدائم لدينا : $I_0=0,1A$ و ، $u_{BC}=r.I_0$. ومنه $u_{BC}=10\times0,1=1V$.

ب− رسم كيفي لشكل البيان $u_{BC}=f(t)$. (البيان بالشكل المقابل)

التمرين الثامن : **رياضيات و تقني رياضي 2009**

نحقق التركيب الكهربائي التجريبي المبين في الشكل المقابل باستعمال التجهيز :



- مكثفة سعتها (C) غير مشحونة .
- ناقلين أوميين مقاومتيهما $(R=R'=470\Omega)$.
- مولد ذي توتر ثابت (E) .
- بادلة (k) ، أسلاك توصيل .

1. نضع البادلة عند الوضع (1) في اللحظة $(t=0)$:

أ− بين على الشكل جهة التيار الكهربائي المار في الدارة ثم مثل بالأسهم التوترين u_C ، u_R .

ب−عبر عن u_C و u_R بدلالة شحنة المكثفة $q=q_A$ ، ثم أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة q .

جـ− تقبل هذه المعادلة التفاضلية حلا من الشكل : $q(t)=A\left(1-e^{-\alpha.t}\right)$. عبر عن A و α بدلالة C ، R ، E .

د− إذا كانت قيمة التوتر الكهربائي عند نهاية الشحن بين طرفي المكثفة $(5V)$ ، استنتج قيمة (E) .

هـ− عندما تشحن المكثفة كليا تخزن طاقة $(E_C=5mJ)$ ، استنتج سعة المكثفة (C) .

2. نجعل الآن البادلة عند الوضع (2) :

أ− ماذا يحدث للمكثفة ؟

ب−قارن بين قيمتي ثابت الزمن الموافق للوضعين (1) ثم (2) للبادلة k .

الحل المفصل :

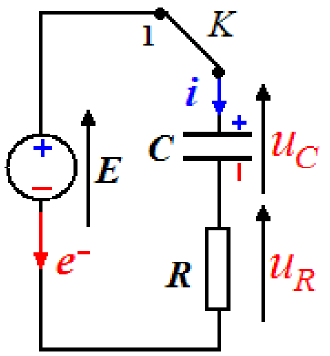
1. أ− تمثيل الأسهم الممثلة لفروق الكمون . التمثيل بالصفحة الموالية .

ب− كتابة المعادلة التفاضلية المميزة للدارة .

لدينا : $u_R=R.i=R\frac{dq}{dt}$ و $u_C=\frac{q}{C}$.

حسب قانون جمع التوترات لدينا : $u_R+u_C=E$.

وبالتالي : $R\frac{dq}{dt}+\frac{q}{C}=E$ ، ومنه : $\frac{dq}{dt}+\frac{1}{RC}q=\frac{E}{R}$.



جـ- إيجاد عبارة A و α **بدلالة** C ، R ، E .

لدينا : $q(t)=A\left(1-e^{-\alpha.t}\right)$ وبالتالي : $\frac{dq(t)}{dt}=A\alpha e^{-\alpha.t}$.

لدينا : $\frac{dq}{dt}+\frac{1}{RC}q=\frac{E}{R}$ ، إذن : $A\alpha e^{-\alpha.t}+\frac{1}{RC}A\left(1-e^{-\alpha.t}\right)=\frac{E}{R}$ ،

أي : $A\left(\alpha-\frac{1}{RC}\right)e^{-\alpha.t}+\frac{A}{RC}=\frac{E}{R}$.

إذن : $\alpha-\frac{1}{RC}=0$ و $\frac{A}{RC}=\frac{E}{R}$ ومنه : $\alpha=\frac{1}{RC}$ و $A=CE$.

وبالتالي : $q(t)=CE\left(1-e^{-\frac{t}{RC}}\right)$.

د- إيجاد قيمة E . عن نهاية الشحن تكون الدارة في النظام الدائم ، إذن : $i=0$ وبالتالي : $u_R=0$ إذن : $u_C=E$ ، ومنه : $E=5V$.

هـ- إيجاد سعة المكثفة C .

لدينا : $E_C=\frac{1}{2}CE^2$ وبالتالي : $C=\frac{2E_C}{E^2}=\frac{2\times5\times10^{-3}}{5^2}=4\times10^{-4}F$. ومنه : $C=400\mu F$.

.3 أ- التفسير : عند جعل البادلة في الوضعية 2 تتفرغ الطاقة المخزنة بالمكثفة في الناقل الأومي وتتحول إلى طاقة حرارية .

ب- مقارنة ثابتي الزمن للوضعين 1 و 2 .

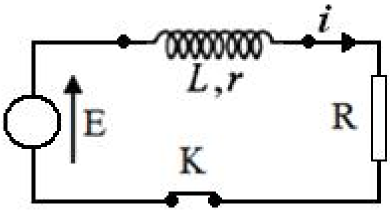
دارة الشحن : $\tau_1=RC=470\times4\times10^{-4}=0,188s$. **دارة التفريغ** : $\tau_2=(R+R')C=2RC=2\times470\times4\times10^{-4}=0,276s$.

ثابت الزمن لدارة التفريغ ضعف ثابت الزمن في دارة الشحن .

التمرين التاسع : علوم تجريبية 2010

نريد تعين (L,r) مميزتي وشيعة ، نربطها في دارة كهربائية على التسلسل مع :

- مولد كهربائي ذي توتر كهربائي ثابت $E=6V$.
- ناقل أومي مقاومته $R=10\Omega$.
- قاطعة k (الشكل-1) .

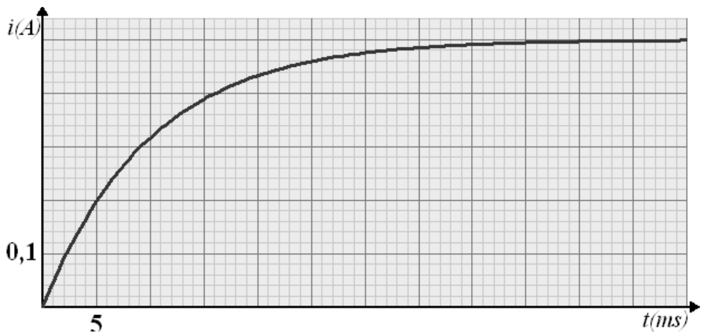


الشـــكل -1

1. نغلق القاطعة k ، أكتب عبارة كل من :
   - u_R : التوتر الكهربائي بين طرفي الناقل الأومي R .
   - u_b : التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة .
2. بتطبيق قانون جمع التوترات ، أوجد المعادلة التفاضلية للتيار الكهربائي $i(t)$ المار بالدارة .
3. بين أن المعادلة التفاضلية السابقة تقبل حلا من الشكل :

$$i(t)=\frac{E}{R+r}\left(1-e^{-\frac{(R+r)}{L}t}\right)$$

4. مكنت الدراسة التجريبية بمتابعة تطور شدة التيار الكهربائي المار في الدارة ورسم البيان الممثل له في (الشكل -2) . بالاستعانة بالبيان أحسب :
   - أ- المقاومة r للوشيعة .
   - ب-قيمة τ ثابت الزمن ، ثم استنتج قيمة L ذاتية الوشيعة .

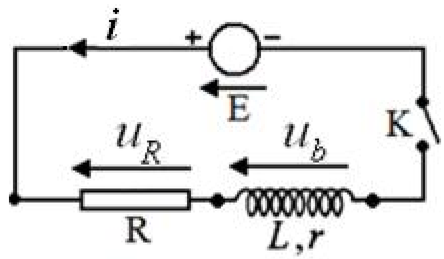


الشـــكل -2

5. أحسب قيمة الطاقة الكهربائية المخزنة في الوشيعة في حالة النظام الدائم .

الحل المفصل :

.1 كتابة عبارة كل من u_R و u_b .



عبارة التوتر الكهربائي بين طرفي الناقل الأومي R هو : $u_R = R.i$.

عبارة التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة هو : $u_b = r.i + L\dfrac{di}{dt}$.

2. إيجاد المعادلة التفاضلية المميزة للدارة .

حسب قانون جمع التوترات لدينا : $u_R + u_b = E$

وبالتالي : $R.i + r.i + L\dfrac{di}{dt} = E$ ؛ إذن : $(R+r)i + L\dfrac{di}{dt} = E$ ،

ومنه : $\dfrac{di}{dt} + \dfrac{(R+r)}{L}i = \dfrac{E}{L}$.

3. إثبات حل المعادلة التفاضلية .

لدينا : $i(t) = \dfrac{E}{R+r}\left(1 - e^{-\frac{(R+r)}{L}t}\right)$ ، وبالتالي : $\dfrac{di}{dt} = \dfrac{E}{R+r}\left(\dfrac{(R+r)}{L}.e^{-\frac{(R+r)}{L}t}\right)$ ؛ أي : $\dfrac{di}{dt} = \dfrac{E}{L}.e^{-\frac{(R+r)}{L}t}$.

إذن : $\dfrac{di}{dt} + \dfrac{(R+r)}{L}i = \dfrac{E}{L}.e^{-\frac{(R+r)}{L}t} + \dfrac{(R+r)}{L}.\dfrac{E}{R+r}\left(1 - e^{-\frac{(R+r)}{L}t}\right)$.

وبالتالي : $\dfrac{di}{dt} + \dfrac{(R+r)}{L}i = \dfrac{E}{L}.e^{-\frac{(R+r)}{L}t} + \dfrac{E}{L} - \dfrac{E}{L}e^{-\frac{(R+r)}{L}t}$ ؛ ومنه : $\dfrac{di}{dt} + \dfrac{(R+r)}{L}i = \dfrac{E}{L}$.

إذن نستنتج أن حل المعادلة التفاضلية من الشكل : $i(t) = \dfrac{E}{R+r}\left(1 - e^{-\frac{(R+r)}{L}t}\right)$.

4. أ- تحديد المقاومة r للو شيعة .

لدينا في النظام الدائم : $I_0 = \dfrac{E}{(R+r)}$ ، إذن : $r = \dfrac{E}{I_0} - R$ ، ولدينا من البيان : $I_0 = 0,5A$ وبالتالي : $r = \dfrac{6}{0,5} - 10 = 2\Omega$.

ب- تحديد τ ، و استنتاج قيمة L .

من البيان لدينا فاصلة نقطة تقاطع مماس البيان عند المبدأ والمقارب هي : $\tau = 10ms$ (أو هي فاصلة النقطة ذات الترتيب $i = 0,63.I_0 = 0,315A$) .

ولدينا : $\tau = \dfrac{L}{R+r}$ ، وبالتالي : $L = \tau(R+r)$ ، إذن : $L = 10\times10^{-3}\times12$ ، ومنه : $L = 0,12H$.

جـ- حساب قيمة الطاقة الكهربائية المخزنة في الو شيعة في حالة النظام الدائم .

لدينا : $E_{\max}(L) = \dfrac{1}{2}L.I_0^2 = 0,12\times10^{-2}\times(0,5)^2$ ، $E_{\max}(L) = 1,5\times10^{-2}J$.

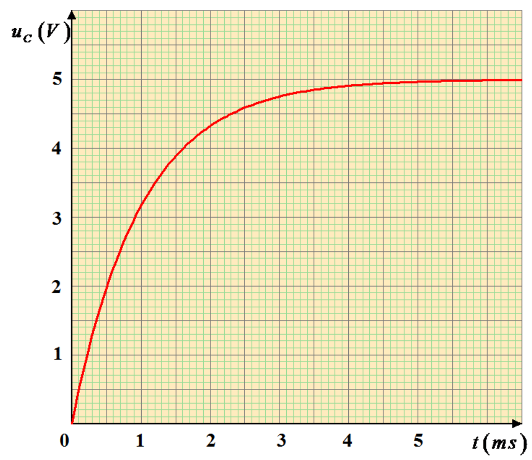
التمرين العاشر : علوم تجريبية 2010

نحقق دارة كهربائية على التسلسل تتكون من :

- مولد ذو توتر كهربائي ثابت $E = 5V$.
- ناقل أومي مقاومته $R = 100\Omega$.
- مكثفة سعتها C .
- قاطعة k.

نوصل طرفي المكثفة A ، B إلى واجهة دخول لجهاز إعلام آلي وعولجت المعطيات ببرمجية " *Microsoft Excel* " وتحصلنا على المنحنى البياني $u_C = u_{AB} = f(t)$ (الشكل -2) .

1. إقترح مخططا للدارة موضحا إتجاه التيار ثم مثل بسهم كلا من التوترين u_R و u_C .
2. عين قيمة ثابت الزمن τ للدارة وما مدلوله الفيزيائي ؟ استنتج قيمة سعة المكثفة C .

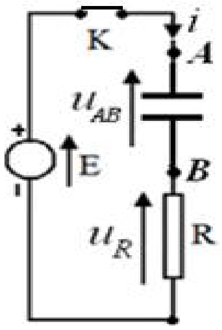


الشـــــكل -2

3. أحسب شحنة المكثفة عند بلوغ الدارة للنظام الدائم .

4. لو استبدلنا المكثفة السابقة بمكثفة أخرى سعتها $C'=2C$ ، أرسم كيفيا في نفس المعلم السابق شكل المنحى $u_{C'}=g\left(t\right)$ الذي يمكن مشاهدته على شاشة الجهاز مع التعليل .

الحل المفصل :



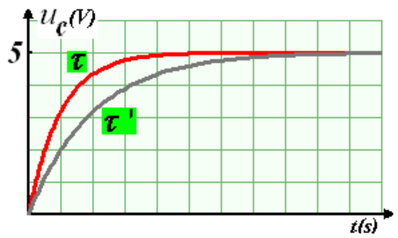
1. مخطط الـــــدارة الكهربائية .

التمثيل الموافق للدارة بالشكل المقابل .

2. تعيين قيمة ثابت الزمن τ .

من البيان لدينا : $\tau=1ms$ ، وهو الزمن اللازم لبلوغ شحنة المكثفة القيمة 63% من قيمة شحنتها العظمى .

لدينا : $\tau=R.C$ وبالتالي : $C=\dfrac{\tau}{R}$ ومنه : $C=\dfrac{10^{-3}}{100}=10^{-5}F=10\mu F$.



3. حساب شحنة المكثفة عند بلوغ الدارة للنظام الدائم .

لدينا : $Q_{\max}=C.E$ ، وبالتالي : $Q_{\max}=5\times10^{-5}C$

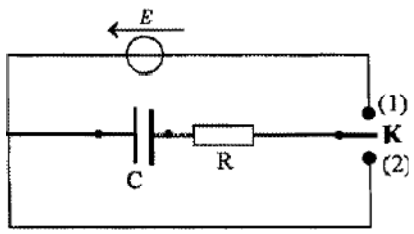
4. رسم منحنى u_C .

لدينا : $\tau=RC$ و $\tau'=RC'=2RC$ وبالتالي : $\tau'=2\tau$

التمرين الحادي عشر : رياضيات و تقني رياضي 2010

بغرض شحن مكثفة فارغة ، سعتها C ، نصلها على التسلسل مع العناصر الكهربائية التالية :

- مولد ذو توتر كهربائي ثابت $E=5V$ ومقاومته الداخلية مهملة .
- ناقل أومي مقاومته $R=120\Omega$.
- بادلة K (الشكل -2) .



(الشكل-2)

1. لمتابعة تطور التوتر الكهربائي u_C بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن ، نوصل مقياس فولطمتر رقمي بين طرفي المكثفة وفي اللحظة $t=0$ ، نضع البادلة في الوضع (1) . وبالتصوير المتعاقب تم تصوير شاشة جهاز الفولطمتر الرقمي لمدة معينة وبمشاهدة شريط الفيديو ببطء سجلنا النتائج التالية :

$t\left(ms\right)$	0	4	8	16	20	24	32	40	48	60	68	80
$u_C\left(V\right)$	0	1,0	2,0	3,3	3,8	4,1	4,5	4,8	4,9	5,0	5,0	5,0

أ- ارسم البيان $u_C=f\left(t\right)$.

ب-عين بيانيا قيمة ثابت الزمن τ لثنائي القطب RC واستنتج قيمة السعة C للمكثفة .

2. كيف تتغير قيمة ثابت الزمن τ في الحالتين ؟

- الحـــالة (أ) : من أجل مكثفة سعتها C' حيث $C'>C$ و $R=120\Omega$.
- الحالة (ب) : من أجل مكثفة سعتها C'' حيث $C''=C$ و $R<120\Omega$.

ارسم كيفيا ، في نفس المعلم المنحنيين (1) و (2) المعبرين عن $u_C\left(t\right)$ في الحالتين (أ) و (ب) السابقتين .

3. أ- بين أن المعادلة التفاضلية المعبرة عن $q\left(t\right)$ تعطى بالعبارة : $\dfrac{dq\left(t\right)}{dt}+\dfrac{1}{RC}q\left(t\right)=\dfrac{E}{R}$.

ب- يعطى حل المعادلة التفاضلية بالعبارة $q\left(t\right)=Ae^{\alpha t}+B$ حيث A و α و B ثوابت يطلب تعينها ، علما أنه في اللحظة $t=0$ تكون $q\left(0\right)=0$.

4. المكثفة مشحونة نضع البادلة في الوضع (2) في لحظة نعتبرها كمبدأ للأزمنة .

أ- احسب في اللحظة $t=0$ الطاقة الكهربائية المخزنة E_0 في المكثفة .

ب-ما هو الزمن اللازم الذي من أجله تصبح الطاقة المخزنة في المكثفة $E=\dfrac{E_0}{2}$ ؟

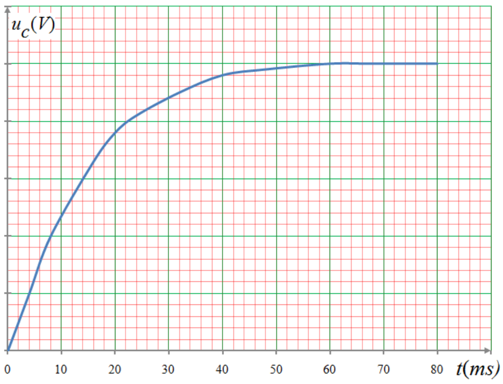
الحل المفصل :

1. أ- **رسم البيان** : $u_C=f\left(t\right)$. الشكل بالصفحة الموالية .

ب– تحديد ثابت الزمن .

من البيان لما : $u_C = 0,63 \times 5 = 3,15V$ ، نجد : $\tau = 16ms$.

ولدينا : $\tau = R.C$ وبالتالي : $C = \dfrac{\tau}{R} = \dfrac{16\times10^{-3}}{120} = 13,3\times10^{-5}F$.



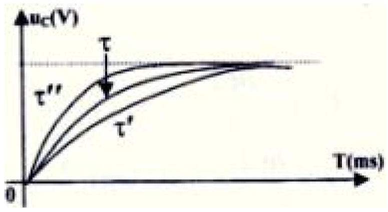
2. الحــــــالة أ :

ثابت الزمن τ وسعة المكثفة متناسبان طردا وبالتالي : لما $C' > C$ ، يكون : $\tau' > \tau$.

الحــــــالة ب :

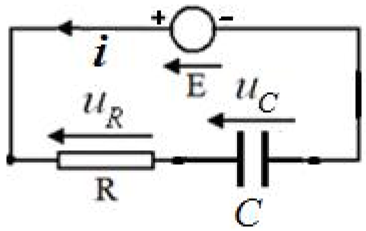
ثابت الزمن τ مقاومة الناقل الأومي متناسبان طردا وبالتالي : لما $R' < R$ يكون : $\tau' < \tau$.

التمثيل الكيفي : البيان بالشكل المقابل .



3. أ– كتابة المعادلة التفاضلية المميزة للدارة .

حسب قانون جمع التوترات لدينا : $u_R + u_C = E$.



حيث : $u_R = R.i = R\dfrac{dq}{dt}$ و $u_C = \dfrac{q}{C}$.

وبالتالي : $R\dfrac{dq}{dt} + \dfrac{q}{C} = E$ ومنه : $\dfrac{dq}{dt} + \dfrac{1}{RC}q = \dfrac{E}{R}$.

ب– تحديد عبارة A ، B و α .

لدينا : $q(t) = Ae^{\alpha t} + B$ ، وبالتالي : $\dfrac{dq}{dt} = A\alpha e^{\alpha t}$

ولدينا : $\dfrac{dq}{dt} + \dfrac{1}{RC}q = \dfrac{E}{R}$ إذن : $A\alpha e^{\alpha t} + \dfrac{1}{RC}\left(Ae^{\alpha t} + B\right) = \dfrac{E}{R}$. وبالتالي : $A\left(\alpha + \dfrac{1}{RC}\right)e^{\alpha t} + \dfrac{B}{RC} = \dfrac{E}{R}$.

إذن : $\alpha + \dfrac{1}{RC} = 0$ و $\dfrac{B}{RC} = \dfrac{E}{R}$ ، ومنه : $\alpha = -\dfrac{1}{RC}$ و $B = CE$.

ولدينا من الشروط الإبتدائية : $q(0) = A + B = 0$ (المكثفة فارغة) ، وبالتالي : $A = -B = -CE$. ومنه : $q(t) = CE\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$

4. أ– حساب الطاقة الكهربائية العظمى .

لدينا : $E_0 = \dfrac{1}{2}CE^2$ ، وبالتالي : $E_0 = \dfrac{1}{2}\times13,3\times10^{-5}\times5^2 = 1,66\times10^{-3}J$.

ب– تحديد زمن النصف .

لدينا : $t_{1/2} = \dfrac{\tau}{2}\ln 2$ ومنه : $t_{1/2} = \dfrac{16}{2}\times0,693 = 5,54ms$.

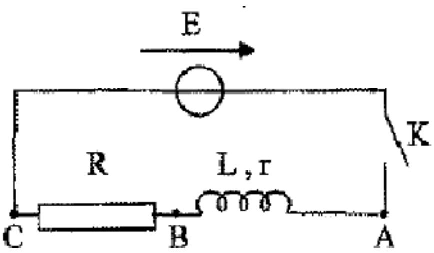
التمرين الثاني عشر : رياضيات وتقني رياضي 2010

تتكون دارة كهربائية من العناصر التالية مربوطة على التسلسل :

وشيعة ذاتيتها L ومقاومتها r ، ناقل أومي مقاومته $R = 17,5\Omega$ ، مولد ذي توتر ثابت $E = 6,00V$ ،

قاطعة كهربائية K (الشكل -3) نغلق القاطعة في اللحظة $t = 0$.

سمحت برمجية للإعلام الآلي بمتابعة تطور شدة التيار الكهربائي المار في الدارة مع مرور الزمن ومشاهدة البيان : $i = f(t)$ (الشكل -4) .



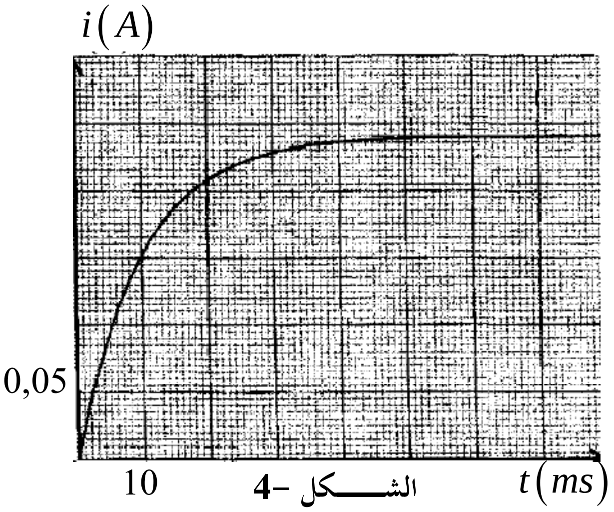
الشــــــكل -3

1. بالاعتماد على البيان :

أ– استنتج قيم كل من شدة التيار الكهربائي في النظام الدائم ، قيمة ثابت الزمن τ للدارة .

ب–احسب كل من المقاومة r و الذاتية L *للوشيعة* .

2. في النظام الإنتقالي :



الشـــــكل -4

أ- بتطبيق قانون التوترات أثبت أن: $\frac{di}{dt}+\frac{i}{\tau}=\frac{I_0}{\tau}$ حيث I_0 شدة التيار في النظام الدائم

ب-بين أن حل المعادلة هو من الشكل : $i=I_0\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$.

3. نعتبر الآن قيمة الذاتية L للوشيعة وبمعالجة المعطيات ببرمجية إعلام آلي نسجل قيم τ ثابت الزمن للدارة لنحصل على جدول القياسات التالي :

$\tau(ms)$	4	8	12	20
$L(H)$	0,1	0,2	0,3	0,5

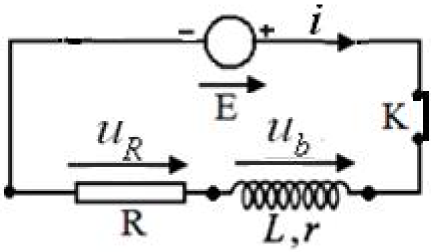
أ- ارسم البيان : $L=h(\tau)$.

ب-اكتب معادلة البيان .

جـ- استنتج قيمة مقاومة الوشيعة r ، هل تتوافق هذه القيمة مع القيمة المحسوبة في السؤال 1-ب؟

الحل المفصل :

1. أ- إيجاد شدة التيار الكهربائي في النظام الدائم وتحديد ثابت الزمن .



من البيان في النظام الدائم لدينا : $I_0=0,24A$.

من البيان لما : $i=0,24\times0,63\approx0,15A$ لدينا : $\tau\approx10ms$.

ب – حساب مقاومة الوشيعة وذاتيتها .

لدينا في النظام الدائم : $I_0=\frac{E}{R+r}$ وبالتالي : $r=\frac{E}{I_0}-R$ إذن : $r=\frac{6}{0,24}-17,5=7,5\Omega$.

ولدينا : $\tau=\frac{L}{R+r}$ وبالتالي : $L=\tau(R+r)$ إذن : $L=10\times10^{-3}(17,5+7,5)=0,25H$.

2. كتابة المعادلة التفاضلية المميزة للدارة .

حسب قانون جمع التوترات لدينا : $E=u_R+u_b$ ، حيث $u_R=R.i$ و $u_b=r.i+L\frac{di}{dt}$.

وبالتالي : $(R+r)i+L\frac{di}{dt}=E$ إذن : $\frac{di}{dt}+\frac{(R+r)}{L}i=\frac{E}{L}$.

لكن : $\tau=\frac{L}{R+r}$ و $E=(R+r)I_0=\frac{L.I_0}{\tau}$.ومنه تكتب المعادلة التفاضلية على الشكل : $\frac{di}{dt}+\frac{i}{\tau}=\frac{I_0}{\tau}$.

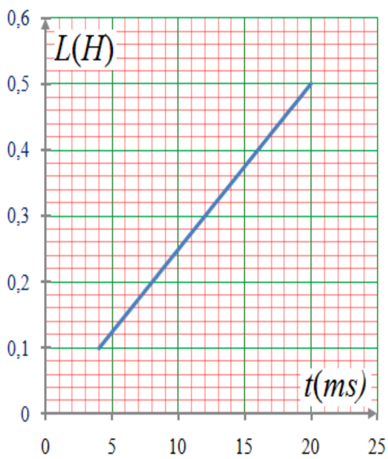
ب- إثبات حل المعادلة التفاضلية .

لدينا . $i(t)=I_0\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ ، وبالتالي : $\frac{di}{dt}=\frac{I_0}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$.

إذن : $\frac{di}{dt}+\frac{i}{\tau}=\frac{I_0}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}+\frac{I_0}{\tau}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

أي : $\frac{di}{dt}+\frac{i}{\tau}=\frac{I_0}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}+\frac{I_0}{\tau}-\frac{I_0}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}=\frac{I_0}{\tau}$.

ومنه : العبارة $i(t)=I_0\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ حل للمعادلة التفاضلية .



3. أ- رسم البيان $L=h(\tau)$: أنظر الشكل المقابل .

ب-كتابة معادلة البيان :

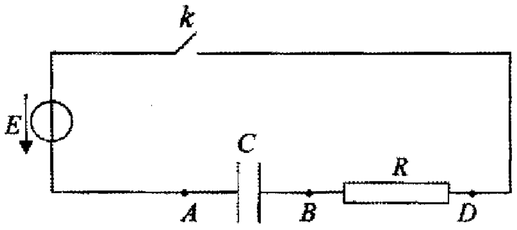
البيان عبارة عن خط مستقيم تمديده يمر بالمبدأ معادلته من الشكل : $L=a.\tau$.

حيث : a ميله و $a=\frac{\Delta L}{\Delta\tau}=\frac{0,5-0,1}{(20-4)\times10^{-3}}=25H.s^{-1}=25\Omega$ ، وبالتالي معادلة البيان هي : $L=25.\tau$.

لدينا : $L=(R+r).\tau$ أي : $a=R+r$ ، وبالتالي : $r=a-R=25-17,5=7,5\Omega$ ، وهي نفسها القيمة المحسوبة سابقا .

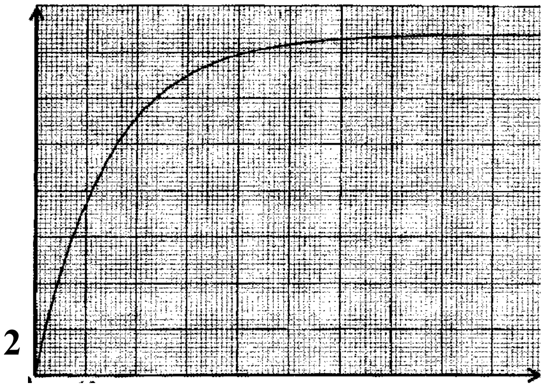
نربط على التسلسل العناصر الكهربائية التالية :

- ناقل أومي مقاومته $R = 500\Omega$.
- مكثفة سعتها C غير مشحونة .
- مولد ذي توتر كهربائي ثابت E .
- قاطعة K (الشكل -2) .



الشـــكل -2

مكنت متابعة تطور التوتر الكهربائي $u_C(t)$ بين لبوسي المكثفة برسم البيان (الشكل -3).



الشـــكل -3

1. عمليا يكتمل شحن المكثفة عندما يبلغ التوتر الكهربائي بين طرفيها 99% من قيمة التوتر الكهربائي بين طرفي المولد .

اعتمادا على البيان :

أ- عين قيمة ثابت الزمن τ وقيمة التوتر الكهربائي بين طرفي المولد ثم احسب سعة المكثفة C .

ب- حدد المدة الزمنية t' لاكتمال عملية شحن المكثفة .

جـ- ما هي العلاقة بين t' و τ .

2. بتطبيق قانون جمع التوترات أوجد المعادلة التفاضلية بدلالة التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة $u_{AB} = u_C(t)$ ، ثم بين أنها تقبل حلا من الشكل : $u_C(t) = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$.

3. أوجد قيمة الطاقة الكهربائية المخزنة E_C في المكثفة عند اللحظات $t_0 = 0$ ، $t_1 = \tau$ ، $t_2 = 5\tau$.

4. توقع (رسم كيفي) شكل المنحنى $E_C = f(t)$.

الحل المفصل :

1. أ- تعين ثابت الزمن τ و التوتر بين طرفي المولد E ، ثم حساب سعة المكثفة C.

مماس البيان عند المبدأ ، يقطع المقارب في النقطة ذات الفاصلة : $\tau = 14ms$.

يبلغ التوتر بين طرفي المكثفة قيمة عظمى : $E = 7,4 \times 2 = 14,8V$.

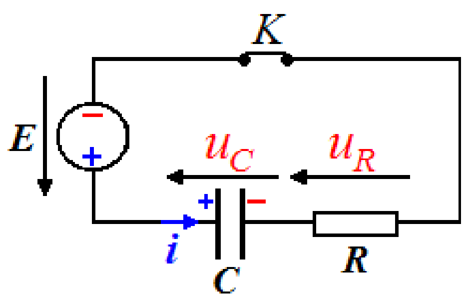
لدينا : $\tau = RC$ وبالتالي : $C = \dfrac{\tau}{R} = \dfrac{14 \times 10^{-3}}{500} = 2,8 \times 10^{-5} F = 28\mu F$.

ب- تحديد المدة الزمنية t' لاكتمال عملية شحن المكثفة .

يبلغ التوتر بين طرفي المكثفة قيمته العظمى ($U_C = 0,99.E = 14,65V$) إبتداء من اللحظة : $t' = 70ms$.

جـ- تحديد العلاقة بين t' و τ : نلاحظ أن $t' = 5\tau$.

2. كتابة المعادلة التفاضلية المميزة للدارة .



حسب قانون جمع التوترات لدينا : $u_R + u_C = E$.

حيث : $u_R = R.i = R\dfrac{dq}{dt} = RC\dfrac{du_C}{dt}$

وبالتالي : $RC\dfrac{du_C}{dt} + u_C = E$ ومنه : $\dfrac{du_C}{dt} + \dfrac{1}{RC}u_C = \dfrac{E}{RC}$.

- إثبات حل للمعادلة التفاضلية .

لدينا $u_C(t) = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ وبالتالي : $\dfrac{du_C}{dt} = \dfrac{E}{\tau}e^{-t/\tau}$.

إذن : $\dfrac{du_C}{dt} + \dfrac{1}{RC}u_C = \dfrac{E}{\tau}e^{-t/\tau} + \dfrac{1}{RC}.E\left(1 - e^{-t/\tau}\right) = \dfrac{E}{\tau}e^{-t/\tau} + \dfrac{E}{RC} - \dfrac{E}{RC}e^{-t/\tau} = \dfrac{E}{RC}$. (حيث : $\tau = RC$)

3. إيجاد أوجد قيمة الطاقة الكهربائية المخزنة E_C في المكثفة .

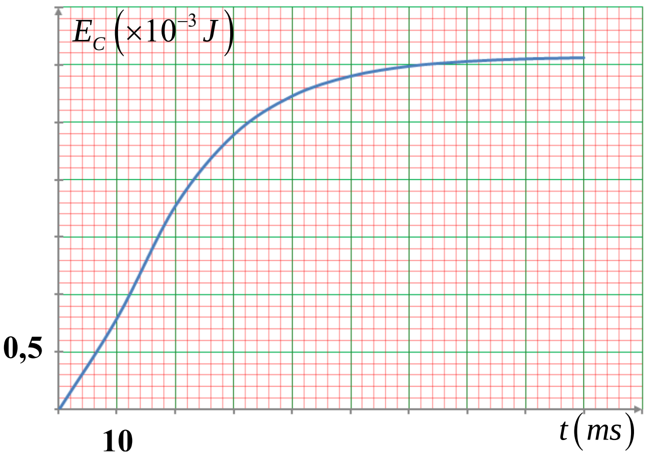
لدينا : $E_C=\frac{1}{2}C.u_C^2=\frac{1}{2}\times 2,8\times 10^{-5}.u_C^2$ ،

وبالتالي : $E_C=1,4\times 10^{-5}.u_C^2$.

$t(ms)$	$u_C(V)$	$E_C(Joule)$
$t_0=0$	0	0
$t_1=\tau=14$	9,324	$1,22\times 10^{-3}$
$t_2=5\tau=70$	14,652	$3,01\times 10^{-3}$

4. رسم كيفي لشكل المنحنى $E_C=f(t)$.

أنظر البيان المقابل



التمرين الرابع عشر : علوم تجريبية 2011

مكثفة سعتها C شحنت كليا تحت توتر ثابت $E=6V$. من أجل معرفة سعتها C نقوم بتفريغها في ناقل أومي مقاومته $R=4k\Omega$.

1. ارسم مخطط دارة التفريغ .

2. لمتابعة تطور التوتر $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة خلال الزمن نستعمل جهاز فولط متر رقمي وميقاتية إلكترونية .

أ- كيف يتم ربط جهاز الفولط متر في الدارة ؟

نغلق القاطعة في اللحظة $t=0ms$ ونسجل نتائج المتابعة في الجدول التالي :

$t(ms)$	0	10	20	30	40	60	80	100	120
$u_C(V)$	6,00	4,91	4,02	3,21	2,69	1,81	1,21	0,81	0,54

ب-ارسم المنحنى البياني الممثل للدالة $u_C=f(t)$ على ورقة ميليمترية ، **أرفقها مع ورقة إجابتك** .

جـ- عين بيانيا قيمة ثابت الزمن τ .

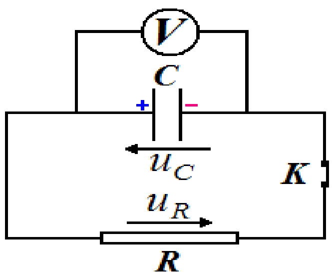
د- احسب سعة المكثفة C .

3. أ- بتطبيق قانون جمع التوترات ، اكتب المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي $u_C(t)$.

ب- المعادلة التفاضلية السابقة تقبل العبارة $u_C(t)=Ae^{-\alpha t}$ حلا لها ، حيث α ، A ثابتان يطلب تعينهما .

الحل المفصل :

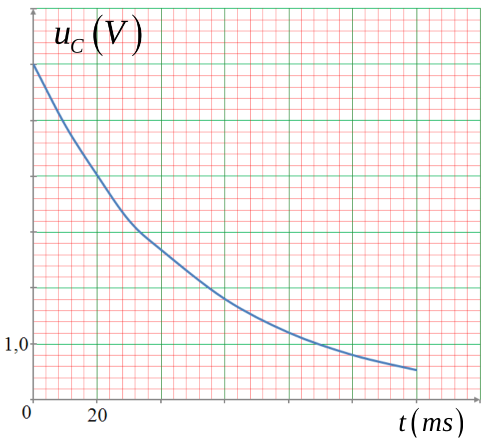
1. مخطط دارة التفريغ : الشكل المقابل



2. أ- يتم ربط جهاز الفولط متر في الدارة : على التفرع الشكل المقابل .

ب- رسم البيان $u_C=f(t)$.

البيان موضح بالشكل المقابل .



جـ- تعين قيمة ثابت الزمن τ .

من البيان لما $u_C=0,37\times E=0,37\times 6=2,22V$. نجد : $\tau=50ms$.

د- احسب سعة المكثفة C

لدينا : $\tau=RC$ وبالتالي : $C=\frac{\tau}{R}=\frac{50\times 10^{-3}}{4\times 10^{3}}=12,5\times 10^{-6}F$

3. أ- كتابة المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي $u_C(t)$.

حسب قانون جمع التوترات لدينا : $u_C+u_R=0$. وبالتالي : $u_C+RC\frac{du_C}{dt}=0$ ومنه : $\frac{du_C}{dt}+\frac{1}{RC}u_C=0$.

ب- تعين الثابتان α ، A .

من الشروط الإبتدائية لدينا : $u_C(0)=E=A$

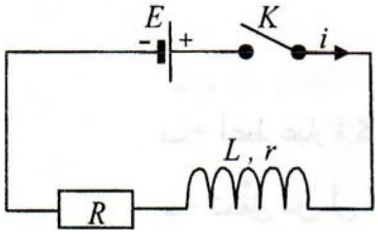
لدينا : $u_C(t)=Ae^{-\alpha t}$ وبالتالي : $\dfrac{du_C}{dt}=-\alpha Ae^{-\alpha t}$

ولدينا : $\dfrac{du_C}{dt}+\dfrac{1}{RC}u_C=0$ إذن : $-\alpha Ae^{-\alpha.t}+\dfrac{1}{RC}Ae^{-\alpha t}=0$ وبالتالي : $A\left(-\alpha+\dfrac{1}{RC}\right)e^{-\alpha.t}=0$ ، ومنه : $\alpha=\dfrac{1}{RC}$

إذن : $u_C=E.e^{-\frac{1}{RC}t}$ ، أي : $u_C(t)=6.e^{-20.t}$.

التمرين الخامس عشر : علوم تجريبية 2011

تحتوي دارة على العناصر الكهربائية التالية مربوطة على التسلسل (الشكل-2)



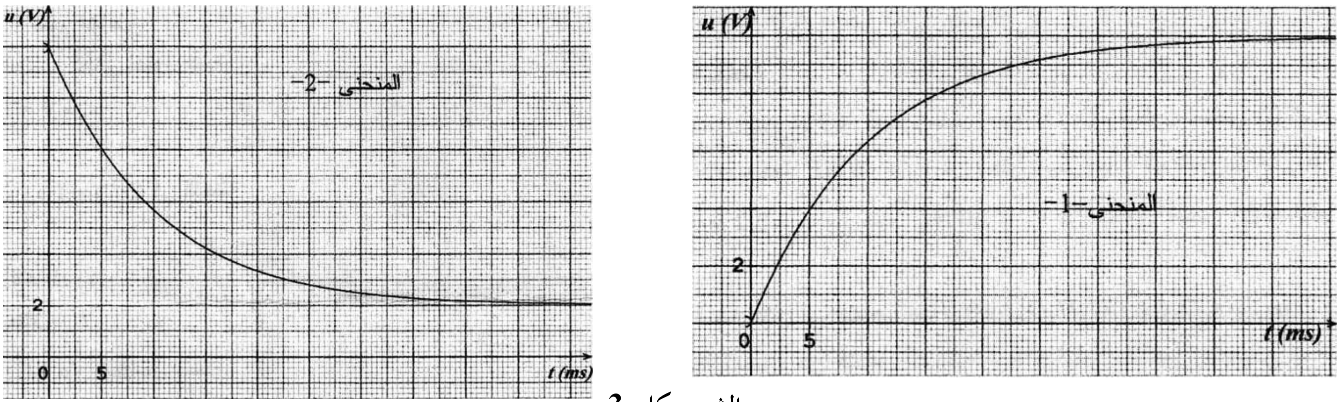
الشـــــكل-2

- مولد ذي توتر ثابت E .
- وشيعة ذاتيتها L ومقاومتها r .
- ناقل أومي مقاومته $R=100\Omega$.
- قاطعة K .

للمتابعة الزمنية لتطور التوتر بين طرفي كل من الوشيعة $u_b(t)$ والناقل الأومي $u_R(t)$ نستعمل راسم اهتزاز مهبطي ذي ذاكرة .

1. أ- بيّن كيف يمكن ربط راسم الاهتزاز المهبطي بالدارة لمشاهدة كل من $u_b(t)$ و $u_R(t)$ ؟

ب- نغلق القاطعة في اللحظة $t=0s$ فنشاهد على الشاشة البيانيين الممثلين للتوترين $u_b(t)$ و $u_R(t)$ (الشكل-3) .



الشـــــكل-3

- انسب كل منحنى للتوتر الموافق له . مع التعليل .

2. أ- اثبت أن المعادلة التفاضلية لشدة التيار المار في الدارة تكون من الشكل : $\dfrac{di(t)}{dt}+Ai(t)=B$.

ب- أعط عبارة كل من A و B بدلالة E و L و r و R .

جـ- تحقق من أن العبارة $i(t)=\dfrac{B}{A}\left(1-e^{-At}\right)$ هي حلا للمعادلة التفاضلية السابقة .

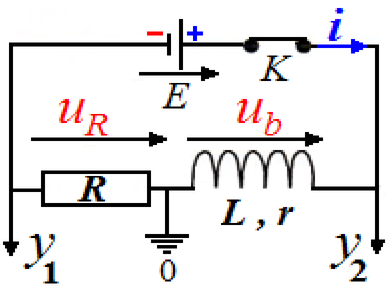
د- احسب شدة التيار في النظام الدائم I_0 .

هـ- احسب كل من E و r و τ و L .

و- أحسب الطاقة الأعظمية المخزنة بالوشيعة .

الحل المفصل :

1. أ- توضيح كيفية ربط راسم الاهتزاز المهبطي بالدارة .



الشكل المقابل : على المدخل y_1 نشاهد $u_b(t)$ ؛ و على المدخل y_1 نشاهد $u_R(t)$.

ب- انساب كل منحنى للتوتر الموافق .

بعد غلق القاطعة تتزايد شدة التيار الكهربائي بالدارة وبالتالي يتزايد فرق الكمون $u_R(t)$ (لأن : $u_R=R.i$) ،

ويتناقص فرق الكمون $u_b(t)$ (لأن : $u_b=E-u_R$) .

ومنه : المنحنى -1 يوافق فرق الكمون $u_R(t)$ ؛ و المنحنى -2 يوافق فرق الكمون $u_R(t)$.

2. أ- كتابة المعادلة التفاضلية المميزة للدارة .

حسب قانون جمع التوترات لدينا : $u_R(t)+u_b(t)=E$ إذن: $Ri(t)+ri(t)+L\dfrac{di(t)}{dt}=E$ أي : $(R+r)i(t)+L\dfrac{di(t)}{dt}=E$

ومنه : $\dfrac{di(t)}{dt}+\dfrac{R+r}{L}i(t)=\dfrac{E}{L}$ ؛ وهي من الشكل : $\dfrac{di(t)}{dt}+Ai(t)=B$.

ب- إعط عبارة كل من A و B . بالمطابقة نجد : $A=\dfrac{R+r}{L}$ و $B=\dfrac{E}{L}$

جـ- التحقق من حل المعادلة .

لدينا : $i(t)=\dfrac{B}{A}\left(1-e^{-At}\right)$ وبالتالي : $\dfrac{di(t)}{dt}=B.e^{-At}$.

إذن : $\dfrac{di(t)}{dt}+Ai(t)=B.e^{-At}+A.\dfrac{B}{A}\left(1-e^{-At}\right)=B.e^{-At}+B-B.e^{-At}$ ؛ أي : $\dfrac{di(t)}{dt}+Ai(t)=B$.

ومنه : $i(t)=\dfrac{B}{A}\left(1-e^{-At}\right)$ حل للمعادلة التفاضلية ، أي : $i(t)=\dfrac{E}{R+r}\left(1-e^{-\frac{R+r}{L}t}\right)$.

د- احسب شدة التيار في النظام الدائم I_0 .

من المنحني-1 : في النظام الدائم نجد : $U_R=10V$ ؛ ولدينا : $U_R=R.I_0$ ؛ وبالتالي : $I_0=\dfrac{U_R}{R}=\dfrac{10}{100}=0,1A$.

هـ- حساب كل من E و r و τ و L .

من المنحني-1 و 2 في النظام الدائم لدينا : $U_R=10V$ و $U_b=2V$ ، وبالتالي : $E=U_b+U_R=10+2=12V$.

ولدينا : $U_b=r.I_0$ ، وبالتالي : $r=\dfrac{U_b}{I_0}=\dfrac{2}{0,1}=20\Omega$.

من المنحني -1 : لما $u_R=0,63\times U_R=6,3V$ ، نجد : $\tau=10ms$.

ولدينا : $\tau=\dfrac{L}{R+r}$ وبالتالي : $L=\tau(R+r)=10\times10^{-3}\times120=0,12H$.

و- حسب الطاقة الأعظمية المخزنة بالوشيعة .

لدينا : $E(L)=\dfrac{1}{2}L.I_0^2$ ، وبالتالي : $E(L)=\dfrac{1}{2}\times0,12\times(0,1)^2=6\times10^{-2}J$.

التمرين السادس عشر : رياضيات وتقني رياضي 2010

تحقق الدارة (الشكل-5) والتي تتكون من مولد لتوتر ثابت $E=6,0V$ ، ومكثفة سعتها $C=250\mu F$ وناقلين أوميين متماثلين مقاومة كل منهما $R=200\Omega$ وبادلة K .

أولا : نضع البادلة على الوضع 1 :

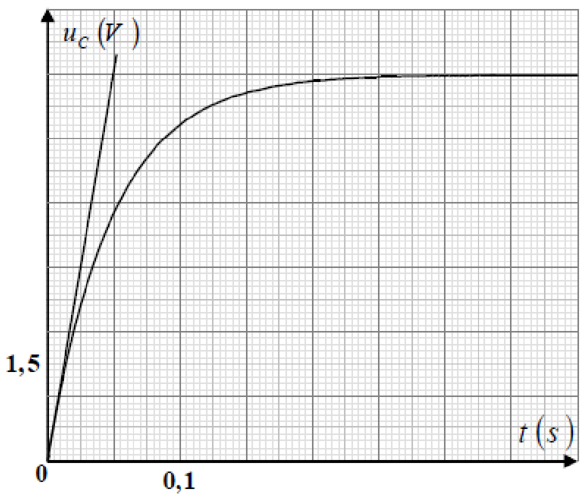
1. أ- أعط رسم الدارة (الشكل-5) مبينا عليها جهة انتقال حاملات الشحنة وما طبيعتها ؟ حدد شحنة كل لبوس وجهة التيار .

ب- ذكر بالعلاقة بين $i(t)$ و $q(t)$ والعلاقة بين $u_C(t)$ و $q(t)$ ثم استنتج العلاقة بين $i(t)$ و $u_C(t)$.

2. أ- أوجد العلاقة بين $u_R(t)$ و $u_C(t)$ وبين أن المعادلة التفاضلية التي يحققها $u_C(t)$ هي من الشكل : $\tau_1\dfrac{du_C(t)}{dt}+u_C(t)=A$.

ب- أوجد القيمة العددية لكل من τ_1 ، A .

جـ- أوجد من المعادلة التفاضلية وحدة τ_1 . عرفه .



الشـــــــكل -5-

3. أ- إقرأ على المنحنى البياني (الشكل -6) قيمة ثابت الزمن τ_1 ، وقارنها بالقيمة المحسوبة سابقا .

ب- حدد بيانيا المدة الزمنية Δt الصغرى اللازمة لاعتبار المكثفة عمليا مشحونة . قارنها مع τ_1

ثانيا : نضع البادلة على الوضع 2 .

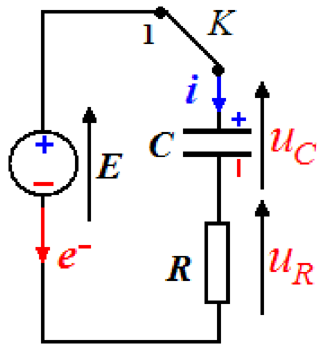
أ- ما الظاهرة الفيزيائية التي تحدث ؟ أكتب المعادلة التفاضلية لــ $u_C(t)$ الموافقة .

ب- أحسب τ_2 ، قارنها بــ τ_1 . ماذا تستنتج ؟

جـ- مثل بشكل تقريبي المنحنى البياني لتغير $u_C(t)$ مستعينا بالقيم المميزة .

الحل المفصل :

أولا : البادلة على الوضع 1 :



1. أ- **مخطط الدارة** . الشكل المقابل .

حاملات الشحنة هي الإلكترونات .

ب- كتابة العلاقات المطلوبة .

لدينا : $i(t)=\dfrac{dq(t)}{dt}$ و $q(t)=C.u_C(t)$ ، وبالتالي : $i(t)=C.\dfrac{du_C(t)}{dt}$.

2. أ- **كتابة المعادلة التفاضلية** .

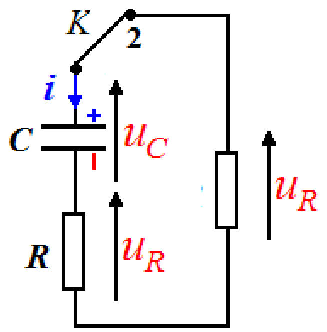
لدينا : $u_R=R.i(t)=RC.\dfrac{du_C(t)}{dt}$. حسب قانون جمع التوترات لدينا : $u_R(t)+u_C(t)=E$.

وبالتالي : $RC.\dfrac{du_C(t)}{dt}+u_C(t)=E$. وهي من الشكل : $\tau_1\dfrac{du_C(t)}{dt}+u_C(t)=A$.

ب- إيجاد القيمة العددية لكل من τ_1 ، A .

بالمطابقة : $\tau_1=RC=200\times250\times10^{-6}=5\times10^{-2}s$ و $A=E=6V$.

جـ- إيجاد وحدة τ_1 **؛ وتعريفه** .



من المعادلة التفاضلية نستنتج أن : $[\tau_1]\left[\dfrac{du_C(t)}{dt}\right]=[U]$ ، أي : $[\tau_1]\dfrac{[U]}{[T]}=[U]$ ومنه : $[\tau_1]=[T]$.

تعريفه : هو المدة الضرورية لشحن المكثفة بنسبة 63% .

3. أ- **تحديد قيمة** τ_1 .

مماس البيان يقطع المقارب في النقطة ذات الفاصلة : $\tau_1=0,05s$ وهي مطابقة للقيمة المحسوبة سابقا .

ب- تحـــــديد Δt .

يستقر البيان إبتداء من اللحظة : $\Delta t\approx0,25s$ وهي توافق القيمة : $\Delta t\approx5.\tau_1$.

ثانيا : البادلة على الوضع 2 .

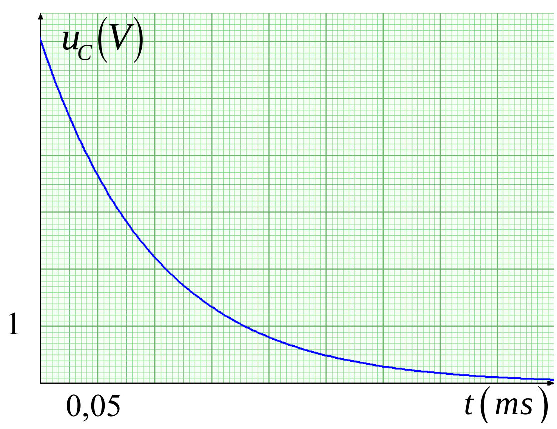
ت- الظاهرة الفيزيائية الحادثة : تفريغ المكثفة في الناقلين الأوميين .

(تحول الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثفة إلى طاقة حرارية في الناقلين الأوميين بفعل جول)

كتابة المعادلة التفاضلية الموافقة .

حسب قانون جمع التوترات لدينا : $u_C(t)+2u_R(t)=0$.

وبالتالي : $u_C(t)+2RC.\dfrac{du_C(t)}{dt}=0$. ومنه : $\dfrac{du_C(t)}{dt}+\dfrac{1}{2RC}u_C(t)=0$



ث- حساب τ_2 **ومقارنته مع** τ_1 .

لدينا : $\tau_2=2RC=2\times200\times250\times10^{-6}=0,1s$ ، نلاحظ أن : $\tau_2=2\tau_1$.

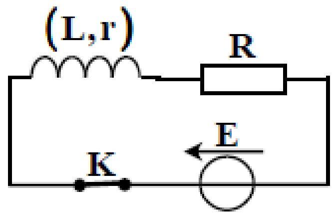
الإستنتاج : مدة تفريغ المكثفة تساوي ضعف مدة شحنها .

جـ- تمثيل شكل تقريبي للمنحنى البياني لتغير $u_C(t)$.

البيان بالشكل المقابل .

حيث : $u_C(0)=E=6V$ ، $u_C(\tau_2)=0,37E=2,22V$ ، $u_C(5\tau_2)=0$.

التمرين السابع عشر :



الشـــــكل -1

يهدف تعين الثابتين (L,r) المميزين لوشيعة ، نحقق الدارة الكهربائية (الشكل-1) .

حيث : $E = 9V$ و $R = 45\Omega$. في اللحظة $t_1 = 0s$ نغلق القاطعة K .

1. باستخدام قانون جمع التوترات ، بين أن المعادلة التفاضلية لشدة التيار الكهربائي هي :

$$\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} i(t) = \frac{E}{L} .$$

2. العبارة $i(t) = A\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ هي حل للمعادلة التفاضلية السابقة ، أوجد الثابت A ، ماذا يمثل ؟

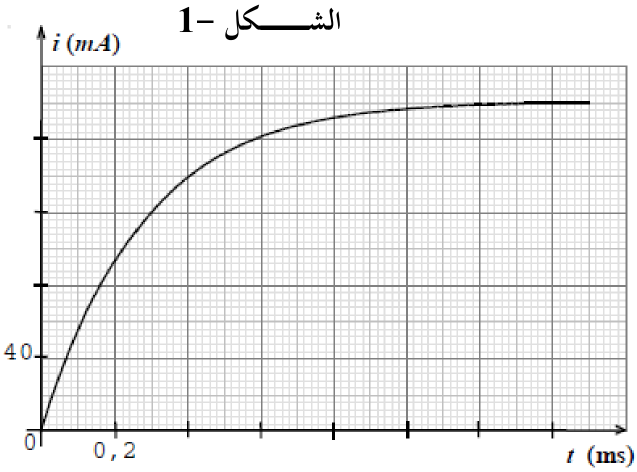
3. عبر عن ثابت الزمن τ بدلالة L ، r و R وبين بالتحليل البعدي أنه متجانس مع الزمن .

4. بواسطة لاقط آمبير متر موصول بالدارة ومرتبط بواجهة دخول لجهاز إعلام آلي مزود ببرمجية مناسبة نحصل على التطور الزمني للتيار الكهربائي $i(t)$ (الشكل-2) .

أ- أوجد بيانيا قيمة ثابت الزمن τ ، مع شرح الطريقة المتبعة .

ب-أوجد قيمة المقاومة r ، ثم أحسب قيمة ذاتية الوشيعة L

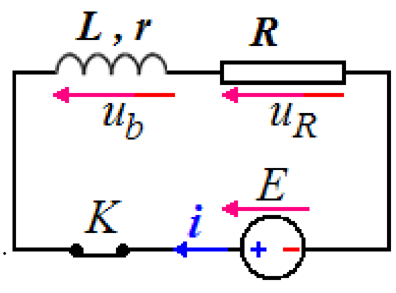
5. أحسب الطاقة الأعظمية المخزنة في الوشعة .



الشـــــكل -2

الحل المفصل :

1. **كتابة المعادلة التفاضلية المميزة للدارة .**



الشـــــكل -1

حسب قانون جمع التوترات لدينا : $u_R(t) + u_b(t) = E$ إذن : $Ri(t) + ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} = E$

أي : $(R+r)i(t) + L\frac{di(t)}{dt} = E$

ومنه : $\frac{di(t)}{dt} + \frac{R+r}{L} i(t) = \frac{E}{L}$ ؛ وهي من الشكل : $\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} i(t) = \frac{E}{L}$ حيث : $\tau = \frac{L}{R+r}$

2. **إيجاد الثابت A .**

لدينا : $i(t) = A\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ ، وبالتالي : $\frac{di(t)}{dt} = \frac{A}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$. ولدينا : $\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} i(t) = \frac{E}{L}$

إذن : $\frac{A}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{1}{\tau}.A\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \frac{E}{L}$ ، أي : $\frac{A}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{A}{\tau} - \frac{A}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{L}$. إذن : $\frac{A}{\tau} = \frac{E}{L}$.

ومنه : $A = \tau\frac{E}{L} = \frac{L}{R+r}\frac{E}{L} = \frac{E}{R+r}$ ، $A = I_0 = 4,5 \times 0,04 = 0,18A$. وهي تمثل الشدة الأعظمية للتيار المار في الدارة (في النظام الدائم)

3. **عبارة ثابت الزمن τ .**

تعطى عبارة ثابت الزمن كمايلي : $\tau = \frac{L}{R+r} = \frac{L}{R_{éq}}$. وبالتالي : $[\tau] = \frac{[L]}{[R_{éq}]} = \frac{[U][T][I]^{-1}}{[U][I]^{-1}} = [T]$

4. **أ- تحديد قيمة ثابت الزمن τ .**

من البيان لمّا : $i = 0,63.I_0 = 0,63 \times 0,18 = 0,11A$ نجد : $\tau = 0,2ms$.

ب- تحديد قيمة المقاومة r ، ثم حساب قيمة ذاتية الوشيعة L .

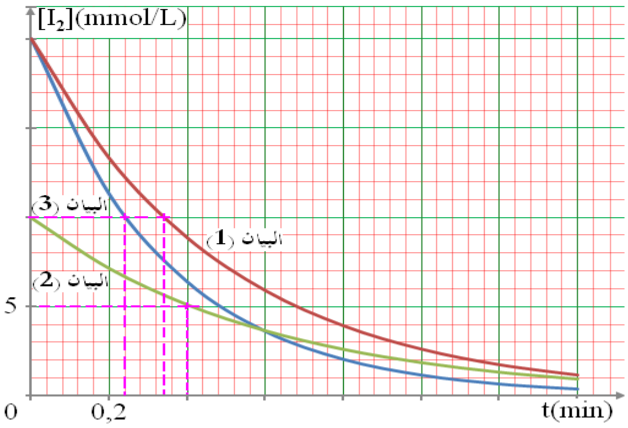
لدينا : $I_0 = \frac{E}{R+r}$ إذن : $r = \frac{E}{I_0} - R = \frac{9}{0,18} - 45 = 5\Omega$. ولدينا : $\tau = \frac{L}{R+r}$ إذن : $L = \tau(R+r) = 0,2 \times 10^{-3} \times 50 = 10^{-2} H$.

5. **حساب الطاقة الأعظمية المخزنة في الوشعة .** لدينا : $E(L) = \frac{1}{2} L.I_0^2 = \frac{1}{2} \times 10^{-2} \times (0,18)^2 = 1,62 \times 10^{-4}$

هام جـــــدا : ورد خط في السلسلة رقم 01 للوحدة الأولى في التمرين 10 شعبة العلوم التجريبية 2010 . فأرجو المعذرة .

الخطأ بالتحديد في التجربة الثانية وهو نقطة بداية البيان 02 .

3. **التجربة الثانية:** يتناقص البيان بسرعة أقل من الحالة الأولى، وذلك لأن تركيز ثنائي اليود المستعمل في هذه الحالة أقل من تركيز ثنائي اليود في الحالة الأولى(محلول مخفف) .



لدينا : $F=\dfrac{V_f}{V_i}=\dfrac{100}{50}=2$ ؛ وبالتالي : $[I_2]_i=\dfrac{C}{F}=\dfrac{20}{2}=10mmol.L^{-1}$.

4. **التجربة الثالثة :** يتناقص البيان بسرعة أكبر من الحالتين ، وذلك لارتفاع درجة الحرارة

5. العوامل الحركية التي تبرزها هذه التجارب هي تأثير تراكيز المتفاعلات ودرجة الحرارة على سرعة التفاعل .

الإستنتاج :

- كلما كانت تراكيز المتفاعلات أكبر كلما كانت سرعة التفاعل أكبر .
- كلما كانت درجة حرارة الوسط أعلى كلما كانت سرعة التفاعل أكبر .

ملاحظة : يكون زمن نصف التفاعل أصغر في التحول الكيميائي الأسرع .