الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية سطيف — ثانوية : الـ 45 معدوما بوسلام

المستوى : 3 ع ت ، 3 رياضي — الأستاذ : لعاج إلياس

المجال : التطورات الغير الرتيبة. — الوحدة (07) : الظواهر الإهتزازية

المنهاج :

**خاص بشعبة العلوم التجريبية**

الوحدة رقم 7- التطورات المهتزة (6 سا.د.+3 أ.م.)

| مؤشرات الكفاءة | أمثلة عن النشاطات | المحتوى المفاهيمي |
|---|---|---|
| - يميز بين أنماط الاهتزاز الحر (غير المتخامد ، المتخامد، المغذى).<br><br>- يكتب المعادلة التفاضلية للنواس المرن الأفقي. | - إنجاز تجارب(ع. م):<br>- اهتزاز جسم صلب مثبت بنابض أفقي و اهتزاز نواس بسيط<br>- دراسة حالة التخامد (النواس البسيط و النواس المرن).<br>- تدعيم الدراسة بالمحاكاة. | 1- الاهتزازات الحرة لجملة ميكانيكية<br>أ- دراسة بعض الجمل:<br>- النواس المرن.<br>- النواس الثقلي.<br>- مفهوما الدور وشبه الدور.<br>- المعادلة التفاضلية للنواس المرن الأفقي.<br>ب- تغذية الاهتزازات بتعويض التخامد:<br>- المعادلة التفاضلية لهزاز مغذى: الحل من الشكل:<br>$x_{(t)} = X\cos(2\pi \frac{t}{T} + \varphi)$<br>- عبارة دور الهزاز المغذى. |
| - يكتب المعادلة التفاضلية لتفريغ مكثفة في وشيعة.<br><br>- يفسر التخامد بيانيا | - دراسة تفريغ مكثفة في وشيعة (في الأنظمة الثلاثة: الدوري، شبه الدوري، اللادوري). | 2- الاهتزازات الحرة لجملة كهربائية<br>أ- تفريغ مكثفة في وشيعة (الدارة R,L,C)<br>- المعادلة التفاضلية.<br>- الحل في حالة إهمال التخامد.<br>ب- تغذية الاهتزازات بتعويض التخامد<br>- المعادلة التفاضلية لهزاز مغذى: الحل من الشكل:<br>$q_{(t)} = Q\cos(2\pi \frac{t}{T} + \varphi)$<br>- عبارة دور الهزاز المغذى. |

توجيهات:- نواصل في هذه الوحدة من البرنامج، دراسة التطورات الزمنية لكن حول ظواهر ميكانيكية وكهربائية دورية (الظواهر الاهتزازية). إن تقديم مختلف الجمل الميكانيكية والجمل الكهربائية تكون بطريقة تجريبية حيث تعطى الأولوية للجانبين الوصفي و الكيفي.

كما يتعين التمييز بين الاهتزاز الحر (المتخامد وغير المتخامد) والاهتزاز الحر المغذى؛ أما الاهتزازات القسرية، فهي خارجة عن البرنامج.
نقول عن جملة أنها تهتز باهتزازات حرة، إذا كان تواتر اهتزازاتها هو التواتر الذاتي لها حتى وإن كانت مغذاة.
إن الهزازات غير الخامدة هي نماذج نظرية، يجب مواجهتها مع الهزازات الحقيقية المدروسة.
نكتفي في الصياغة الرياضية على الاهتزازات الحرة غير الخامدة أو المغذاة. نستعمل كلا من القانون الثاني لنيوتن و مبدأ انحفاظ الطاقة لكتابة المعادلة التفاضلية للحركة الاهتزازية غير الخامدة والتي هي من الشكل: $x''+Kx = 0$ ذات الحل:

$$x = X\cos(\frac{2\pi t}{T_0}+\varphi)$$

إن المعادلة التفاضلية لحركة النواس البسيط خارجة عن البرنامج نظرا لأن الحركة الدورانية غير مقررة في هذه الشعبة.
في حالة التخامد، نستعين بالمحاكاة للوصول إلى المنحنيات الموافقة $x(t)$, $\theta(t)$ ومناقشتها.
- لا نتوسع في دراسة حركة النواس الثقلي ( الحركة الدورانية وعزم العطالة خارجان عن البرنامج). سيمثل النواس الثقلي جملة حقيقية تسمح لنا بالوصول إلى نموذج النواس البسيط( النموذج المثالي للنواس الثقلي).
تتم معاينة الخمود بصفة تجريبية، ولا نتطرق إلى أي عبارة لقوة الاحتكاك.
نعرّف شبه الدور بصفة تجريبية انطلاقا من تسجيلات لحركة نواسات، من أجل عدة سعات ابتدائية ونتحقق من قانون تواقت الاهتزازات في حالة سعات صغيرة.

نؤسس لعبارة الدور الذاتي لنموذج النواس البسيط: $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ بـ:

- التحليل البعدي للوصول إلى $[T_0] \approx \sqrt{\frac{l}{g}}$ .
- إجراء قياسات على دور النواس لتحديد $2\pi$.

نبيّن تجريبيا أن في حالة التخامد الضعيف، شبه دور اهتزازات نواس بسيط مساو عمليا لدوره الذاتي.
في حالة الجملة نابض-جسم صلب، لا تؤسس المعادلة التفاضلية للحركة إلا من أجل نابض يحقق العلاقة $F = kx$ وموضوع أفقيا.
- نبيّن تجريبيا أن تفريغ مكثفة(مشحونة مسبقا) في وشيعة من دارة R ,L ,C يمكن أن تؤدي إلى ظهور اهتزازات التوتر الكهربائي $u_c(t)$ بين طرفي المكثفة. نفسر ذلك بالحالات الثلاث التالية:
- الحالة 1: R= 0 .النظام دوري: الاهتزازات جيبية وحرة وغير متخامدة، ذات دور ذاتي $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ .
- الحالة 2: R صغيرة.

النظام شبه دوري: الاهتزازات حرة و متخامدة ذات شبه دور T. وإذا كان R صغيرة جدا فإن $T \approx T_0$ .
- الحالة 3: R كبيرة.

النظام الحرج: عندما نزيد من قيمة R، إلى أن تبلغ قيمة $R_c$، نقول عن النظام أنه حرج.
النظام لا دوري: إذا كانت $R \succ R_c$ ، نقول عن النظام أنه لا دوري.
إن تخامد الاهتزازات في الدارة R,L,C على التسلسل راجع لتحويل الطاقة بفعل جول.
يمكن تغذية الاهتزازات، أي الحصول على سعة اهتزازات ثابتة، باستعمال تركيب مناسب(استعمال المضخم .A.O مثلا)، يسمح بتعويض مستمر للطاقة المحولة حراريا.
خلال الاهتزازات المغذاة: يتم تحويل للطاقة بصفة دائمة بين الوشيعة والمكثفة كما يعوض الضياع في الطاقة بفعل جول، بصفة كاملة، بواسطة التركيب المغذي. فتبقى الطاقة الكلية للدارة ثابتة.

## خاص بشعبة رياضي و تقني رياضي

| الوحدة7: التطورات المهتزة ( 9سا.د +3 أ.م.) | | |
|---|---|---|
| **مؤشرات الكفاءة** | **أمثلة عن النشاطات** | **المحتوى المفاهيمي** |
| ـ يميز بين أنماط الاهتزاز الحر (غير المتخامد، المتخامد، المغذى).<br><br>ـ يفسر الاهتزازات الحرة بواسطة المعادلة التفاضلية الموافقة.<br><br>ـ يكتب المعادلة التفاضلية لتفريغ مكثفة في وشيعة.<br><br>ـ يميز بين الاهتزازات المغذاة و الاهتزازات القسرية.<br><br>يوظف التطابق بين الاهتزازات الميكانيكية والاهتزازات الكهربائية لحل بعض الإشكاليات | ـ إنجاز تجارب ( ع م ):<br>ـ اهتزازات جسم صلب مثبت بنابض.<br>ـ اهتزازات نواس ثقلي ونواس بسيط.<br><br>ـ ا نجاز تجارب و/أو محاكاة لدراسة كمية لحالة التخامد (النواس الثقلي و النواس المرن).<br><br>ـ دراسة تفريغ مكثفة في وشيعة (في الأنظمة الثلاثة: الدوري، شبه الدوري، اللادوري).<br><br>ـ ا نجاز تجارب أو محاكاة (ع.م.):<br>ـ اهتزاز ميكانيكي قسري( نواس مرن).<br>ـ دراسة تأثير المقاومة R على ممانعة الدارة Z و رسم المنحنى $Z = f(\omega)$ مع مناقشته.<br><br>ـ تعيين المطابق الميكانيكي انطلاقا من مخطط كهربائي | **1- الاهتزازات الحرة لجملة ميكانيكية**<br>ـ دراسة بعض الجمل:<br>. النواس المرن.<br>. النواس الثقلي.<br>. مفهوما الدور وشبه الدور.<br>. المعادلات التفاضلية<br>ـ تغذية الاهتزازات بتعويض التخامد:<br>. المعادلة التفاضلية لهزاز مغذى: الحل من الشكل: $x(t) = X \cos(2\pi \frac{t}{T_0} + \varphi)$<br>. عبارة دور الهزاز المغذى.<br>**2- الاهتزازات الحرة لجملة كهربائية**<br>ـ تفريغ مكثفة في وشيعة (الدارة R,L,C)<br>. المعادلة التفاضلية.<br>. الحل في حالة إهمال التخامد.<br>– تغذية الاهتزازات بتعويض التخامد<br>. المعادلة التفاضلية لهزاز مغذى: الحل من الشكل:<br>$q(t) = Q \cos(2\pi \frac{t}{T_0} + \varphi)$<br>. عبارة دور الهزاز المغذى.<br><br>3ـ الاهتزازات القسرية<br>ـ الاهتزازات القسرية لنواس بسيط ولنواس مرن:<br>. حالة التجاوب.<br>ـ الاهتزازات القسرية في دارة R,L,C في حالة توتر جيبي:<br>. حالة التجاوب.<br>. الشريط النافذ وعامل الجودة<br>4ـ التطابق: ميكانيك-كهرباء<br>ـ التطابق بين المقادير الكهربائية والميكانيكية. |

## توجيهات:

- نواصل في هذه الوحدة من البرنامج، دراسة التطورات الزمنية لكن حول ظواهر ميكانيكية وكهربائية دورية (الظواهر الاهتزازية). إن تقديم مختلف الجمل الميكانيكية والجمل الكهربائية تكون بطريقة تجريبية حيث تعطى الأولوية للجانبين الوصفي و الكيفي.
كما يتعين التمييز بين الاهتزاز الحر(المتخامد وغير المتخامد) والاهتزاز الحر المغذى. نقول عن جملة أنها تهتز باهتزازات حرة، إذا كان تواتر اهتزازاتها هو التواتر الذاتي لها حتى وإن كانت مغذاة.
- إن الهزازات غير الخامدة هي نماذج نظرية، يجب مواجهتها مع الهزازات الحقيقية المدروسة.
نكتفي في الصياغة الرياضية على الاهتزازات الحرة غير الخامدة أو المغذاة. نستعمل كلا من القانون الثاني لنيوتن و مبدأ انحفاظ الطاقة لكتابة المعادلة التفاضلية للحركة الاهتزازية غير الخامدة والتي هي من الشكل: $x'' + Kx = 0$ ذات الحل: $x = X\cos(\frac{2\pi t}{T_0} + \varphi)$
- سيمثل النواس الثقلي جملة حقيقية تسمح لنا بالوصول إلى نموذج النواس البسيط. تتم معاينة الخمود بصفة تجريبية، ولا نتطرق إلى أي عبارة لقوة الاحتكاك.
نعرّف شبه الدور بصفة تجريبية انطلاقا من تسجيلات لحركة نواسات، من أجل عدة سعات ابتدائية ونتحقق من قانون تواقت الاهتزازات في حالة سعات صغيرة.
- نؤسس لعبارة الدور الذاتي لنموذج النواس البسيط: $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ انطلاقا من المعادلة التفاضلية لحركة النواس البسيط و نتحقق من تجانس العبارة مع الزمن بالتحليل البعدي.
- نبيّن تجريبيا أن في حالة التخامد الضعيف، شبه دور اهتزازات نواس بسيط يساوي عمليا لدوره الذاتي.
في حالة الجملة نابض-جسم صلب، تؤسس المعادلة التفاضلية للحركة من أجل نابض يحقق العلاقة $F = kx$ .
- نبيّن تجريبيا أن تفريغ مكثفة(مشحونة مسبقا) في وشيعة من دارة R ,L ,C يمكن أن تؤدي إلى ظهور اهتزازات التوتر الكهربائي $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة. نفسر ذلك بالحالات الثلاث التالية:
- الحالة 1: R= 0. النظام دوري: الاهتزازات جيبية وحرة وغير متخامدة، ذات دور ذاتي $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ .
- الحالة 2: R صغيرة.
النظام شبه دوري: الاهتزازات حرة و متخامدة ذات شبه دور T. وإذا كان R صغيرة جدا فإن $T \approx T_0$ .
- الحالة 3: R كبيرة.
النظام الحرج: عندما نزيد من قيمة R، إلى أن تبلغ قيمة $R_c$، نقول عن النظام أنه حرج.
النظام لا دوري: إذا كانت $R \succ R_c$ ، نقول عن النظام أنه لا دوري.
إن تخامد الاهتزازات في الدارة R,L,C على التسلسل راجع لتحويل الطاقة بفعل جول.
يمكن تغذية الاهتزازات، أي الحصول على سعة اهتزازات ثابتة، باستعمال تركيب مناسب(استعمال المضخم .A.O مثلا)، يسمح بتعويض مستمر للطاقة المحولة حراريا، فخلال الاهتزازات المغذاة: يتم تحويل للطاقة بصفة دائمة بين الوشيعة والمكثفة كما يعوض الضياع في الطاقة بفعل جول، بصفة كاملة، بواسطة التركيب المغذي. فتبقى الطاقة الكلية للدارة ثابتة.
- نتطرق للاهتزازات القسرية في الجمل الميكانيكية والكهربائية لنبين بأن حالة التجاوب تتحقق في النوعين من الجمل ونستغل الفرصة لتوظيف مسألة التطابق بين الميكانيك والكهرباء دون التفصيل في ممانعة الدارة RLC (عبارة الممانعة خارج البرنامج).
- نقول عن اهتزاز بأنه قسري إذا كان دور اهتزازات الجملة المجاوبة هو نفسه دور اهتزازات المحرَض ، وفي الحالة الخاصة التي يكون فيها تواتر المحرَض مساويا للتواتر الذاتي للجملة المجاوبة يحدث التجاوب .
نوظف مفهوم الممانعة $Z = U / I$ المدروس في السنة الثانية دون التطرق إلى علاقة Z بدلالة R,L,C,ω.

- نقدم حالة التجاوب الميكانيكي بطريقة تجريبية كيفية أو بمحاكاة، أما التجاوب الكهربائي فيعالج تجريبيا للوصول إلى مفهومي الشريط النافذ وعامل الجودة. كما نتطرق إلى حالة التجاوب الحاد وخطورته على الجملة المهتزة (ميكانيكية أو كهربائية). وأخيرا، نوظف التطابق ميكانيك-كهرباء لإيجاد المطابقات الكهربائية للمقادير الميكانيكية والتركيز على التماثل بينهما.

# البطاقـة التربويـة ـ نظري

| مؤشرات الكفاءة | الأسئلة الأساسية |
| --- | --- |
| 1ـ يميز بين أنماط الاهتزازات الحرة(غير المتخامدة و المتخامدة , المغذاة)<br>2ـيفسر الاهتزازات بواسطة المعادلة التفاضلية الموافقة<br>3ـيكتب المعادلة التفاضلية لتفريغ مكثفة في وشيعة<br>4ـيميز بين الاهتزازات المغذاة و الاهتزازات القسرية<br>5ـيوظف التطابق بين الاهتزازات الميكانيكية و الهتزازات الكهربائية لحل بعض الاشكاليات | 1ـعندما نزيح أرجوحة عن وضع توازنها و نتركها لحالها تنجز حركة اهتزازية<br>ـ متى تكون الاهتزازات حرة ؟<br>ـ كيف تتحول الى اهتزازات قسرية؟<br>2ـ ماهي خصائص الاهتزازات الحرة الميكانيكية؟<br>3ـ ماهي خصائص الاهتزازات الحرة الكهربائية؟<br>3ـ ماهي خصائص الاهتزازات القسرية؟ |
| **المحتوى**<br>1/ الاهتزازات الحرة لجملة ميكانيكية<br>أـ دراسة بعض الجمل (النواس المرن – النواس الثقلي-<br>مفهوم الدور و شبه الدور – المعادلات التفاضلية)<br>بـ –تغذية الاهتزازات بتعويض التخامد (المعادلة التفاضلية لهزاز مغذى – الحل من الشكل:<br>$x(t)=X\cos(2\pi t/T+\varphi)$<br>ـ عبارة دور الهزاز المغذى<br>2/ الاهتزازات الحرة لجملة كهربائية:<br>أـ تفريغ مكثفة في وشيعة (الدارة RLC )<br>(لمعادلة التفاضلية – الحل في حالة اهمال التخامد- تغذية<br>الاهتزازات بتعويض التخامد- المعادلة التفاضلية من أجل هزاز مغذى-الحل من الشكل :<br>$q(t)=Q\cos(2\pi\ t/T+\varphi)$<br>ـ عبارة الدورلهزاز مغذى )<br>3/ الاهتزازات القسرية: (خاص بشعبتي 3 ت ر ، 3 ر)<br>أـ الاهتزازات القسرية لنواس بسيط و مرن – حالة التجاوب<br>ب ـ الاهتزازات القسرية في دارة RLC في حالة توتر جيبي<br>ـ حالة التجاوب ـ الشريط النافذ و عامل الجودة<br>4/ التطابق : ميكانيك – كهرباء<br>ـ التطابق بين المقادير الكهربائية و الميكانيكية | **الوسائل المستعملة والطرائق**<br>الوسائل: نوابض مرنة – كتل عيارية – حامل – كرونومتر – خيط عديم المتطاط ومهمل الكتلة – كرية مهملة الأبعاد – راسم الاهتزازات – مكثفة – ـ وشيعة – قاطعة – اسلاك توصيل –GBF<br>. |
| **التقويم** | **أمثلة للنشاطات** |
| **المراجع**<br>الكتاب المدرسي + الانترنت + أقراص مضغوطة | **النقد الذاتي** |

## I- الإهتزازات الحرة الميكانيكية:

**1ـ تعريف :**

الجملة المهتزة هي كل جملة ميكانيكية تقوم بحركة ذهاب و اياب على جانبي وضع توازنها مثل : النواس المرن الارجوحة النواس البسيط ...

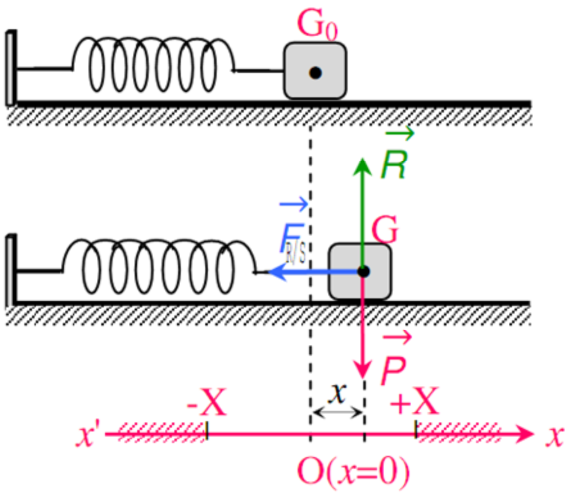
**2 – أنماطها :** تكون الاهتزازات الحرة على احدى الأنماط التالية :

- اهتزازات حرة غير متخامدة: عندما تهتز الجملة وتبقى طاقتها ثابتة خلال الزمن مثل: النواس البسيط المثالي
- اهتزازات حرة متخامدة : عندما تهتز الجملة وتفقد جزء من طاقتها بفعل الاحتكاكات مثل: حركة النواس المرن
- اهتزازات حرة مغذاة : عندما يتم تعويض كل الطاقة الضائعة باستمراروتحقق ذلك بتجهيز مناسب مثل: رقاص ساعة

### 3ـ دراسة بعض الجمل

#### 1.3ـ النواس المرن:

##### 1.1.3ـ حالة اهتزازات غير متخامدة:




ـ نزيح الجسم (s) ذو الكتلة (m) عن وضع توازنه (o) بسحبه أفقيا ثم نتركه لحاله دون سرعة ابتدائية عند t = 0 فنلاحظ مايلي:

ـ يتحرك(s) ذهابا و ايابا على جانبي (o) وضع التوازن أي (AÀ) وتتكرربنفس الكيفية خلال فترات زمنية متساوية و متعاقبة أي أن الحركة اهتزازية دورية

ـ والجملة لا تتلقى طاقة من الوسط الخارجي فهي جملة مهتزة حرة نسمي المقدار $x$ سعة الحركة وهو مقدار موجب ويبقى ثابتا في غياب الاحتكاكات لذلك نقول أن الحركة اهتزازية حرة غير متخامدة دورية

ـ سبب الحركة قوة يطبقها النابض (R) على الجسم (S) $\vec{F}_{R/S}$ تعمل على إعادته الى وضع توازنه (O) وتتعلق بثابت المرونة k تسمى قوة إرجاع

ومقدار الازاحة X وتكون متجهة دوما نحو (O) $\vec{F}_{R/S} = -k.x.\vec{i}$

**الدراسة التحريكية:**

أثناء الدراسة التحريكية نهمل : ـ كتلة النابض أمام m ـ الاحتكاكات الصلبة ـ مقاومة الهواء

ـ نعتبر الجسم (S) صلبا و نقطيا ـ نعتبرالجملة ( S ـ نابض ) جملة شبه معزولة ـ المعلم (OX) مرتبط بطاولة النضد الهوائي

بتطبيق قانون نيوتن الثاني على الجسم : $\vec{P}+\vec{R}+\vec{F}=m.\vec{a}$ وبالاسقاط على المحور OX نجد: $-F = m.a$

ومنه $-k.x = m.\dfrac{d^2x}{dt^2}$ نستخلص أن : $\boxed{\dfrac{d^2x}{dt^2}+\dfrac{k}{m}x = 0........(1)}$

وهي معادلة تفاضلية من الرتبة الثانية حلها جيبي من الشكل: $\boxed{x(t) = X_0\cos(\omega_0 t+\varphi)}$

حيث : $X_0$ : سعة الحركة (m)

$\omega_0$ : نبض لحركة (rad/s)

$\varphi$ : الصفحة الابتدائية (rad) تتعلق بالشروط الإبتدائية للحركة

- **عبارة نبض الحركة $\omega_0$**

بأخذ المشتق الثاني لـ عبارة x(t) نجد :

$$\boxed{a(t)=\frac{d^2x(t)}{dt^2}=-\omega_0^2.X_0\cos(\omega t+\phi)=-\omega_0^2.x(t).....(02)}$$

بالمطابقة بين العلاقتين 01 و 02 نجد :

$$\omega_0=\sqrt{\frac{k}{m}}$$

- **عبارة الدور الذاتي للحركة $T_0$:**

هو الفترة الزمنية الفاصلة بين مرورين متتاليين للجسم (S) من نفس الموضع وفي نفس الاتجاه وحدته الثانية (s) .

$$\boxed{T_0=\frac{2\pi}{\omega_0}=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$$

- **عبارة التواتر الذاتي $f_0$ :**

هو عدد الاهتزازات في الثانية الواحدة وحدته الهرتز (Hz) ويعطى بالعلاقة : $\boxed{f_0=\frac{1}{T_0}=\frac{\omega_0}{2\pi}}$

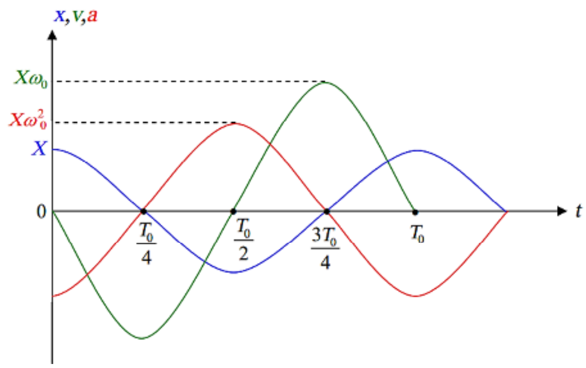
معادلة السرعة:

$$\boxed{v(t)=\frac{dx(t)}{dt}=-\omega_0.X_0\sin(\omega t+\varphi)}$$

معادلة التسارع:

$$\boxed{a(t)=\frac{d^2x(t)}{dt^2}=-\omega_0^2.X_0\cos(\omega t+\varphi)}$$

التمثيل البياني للمعدلات الزمنية السابقة x(t) ، v(t) ، a(t) من اجل الحالة الخاصة $\varphi=0$



## ✍ طاقة الجملة :

تملك الجملة ( جسم – نابض) في أي لحظة طاقة حركية $E_c = ½\ m\ v^2$ وطاقة كامنة مرونية $Epe= ½\ \ kx^2$

حيث $\boxed{E(t) = E_c(t) + E_{pe}(t) = ½kX_0^2 = cte}$

إذن طاقة الجملة شبه المعزولة (مثالية) محفوظة أي قيمتها مقدار ثابت لا يتعلق بالزمن

إيجاد المعادلة التفاضلية باستعمال مبدأ انحفاظ الطاقة :

باشتقاق معادلة E(t) نجد :

$\frac{dE}{dt} = mv\frac{dv}{dt} + kx\frac{dx}{dt} = 0$ نستخلص أن: $\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0}$

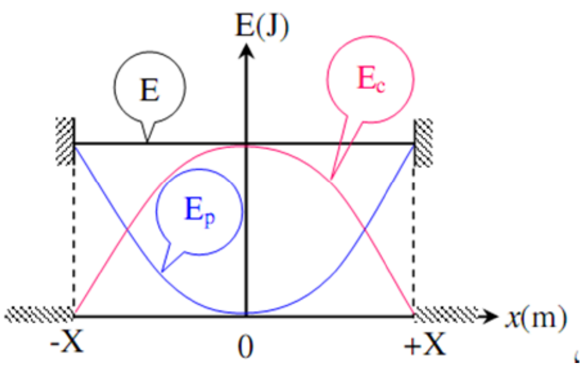
وهي معادلة تفاضلية من الرتبة الثانية حلها جيبي من الشكل: $\boxed{x(t) = X_0\cos(\omega t + \varphi)}$

- مخططات الطاقة: من اجل الحالة الخاصة $\varphi = 0$

$$E_c = \frac{1}{2}mX^2\omega_0^2\ sin^2(\omega_0 t + \varphi)$$

$$E_p = \frac{1}{2}kX^2\ cos^2(\omega_0 t + \varphi)$$

$$E = E_p + E_c = \frac{1}{2}kX^2$$

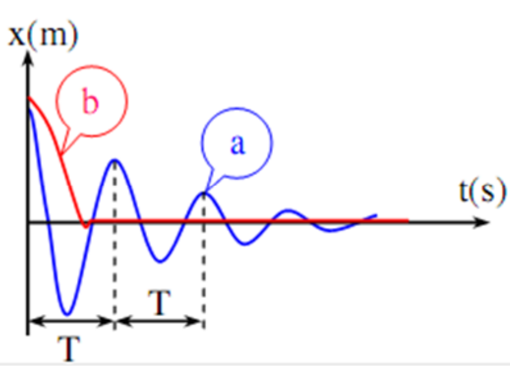


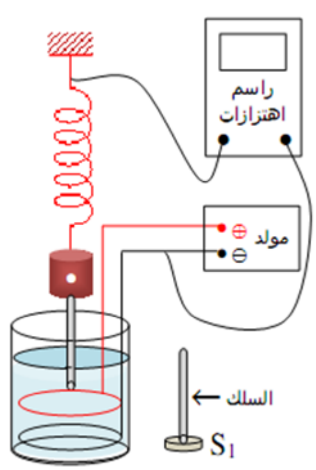

### 2.1.3- حالة اهتزازات حرة متخامدة:

الدراسة التجريبية :

نغمرالسلك مع الكتلة المعلقة بمحلول كبريتات النحاس ثم نزيح الجسم عن وضع توازنه ونتركه لحاله فيظهر عل شاشة راسم الاهتزازات البيان المقابل حيث يظهر البيان أن السعة تتناقص تدريجيا نحو قيمة معدومة أي أن الاهتزازات أصبحت شبه دورية و شبه دورها T يختلف عن الدور الذاتي $T_0$

- نذيب كمية من الملح الطعام في المحلول بحيث تصبح الاحتكاكات أكثر فعالية فنحصل على البيان (b) الذي يظهر عدم وجود اهتزازات ويصبح النظام لا دوري حرج



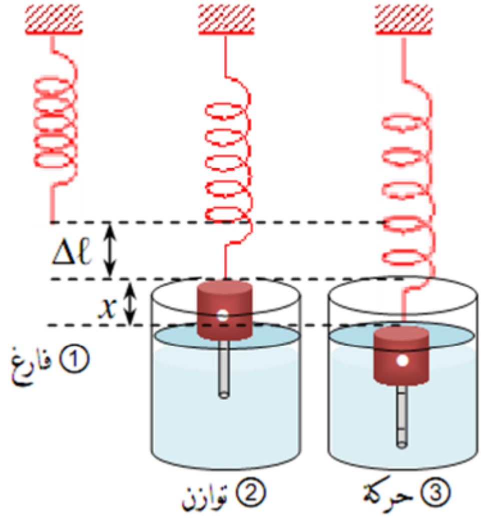

نتيجة :

يزداد التخامد كلما ازدادت فعالية الاحتكاكات

ويكون في النظام شبه الدوري $T \approx T_0$

## ✍ الدراسة التحريكية:

### ✓ حالة الاحتكاكات المائعة ( خاص بشعبة 3 ت ر ، 3 ر )




في الجملة الموضحة بالشكل المقابل نعتبر الجسم نقطي ، النابض مهمل الكتلة

✓ في حالة التوازن :

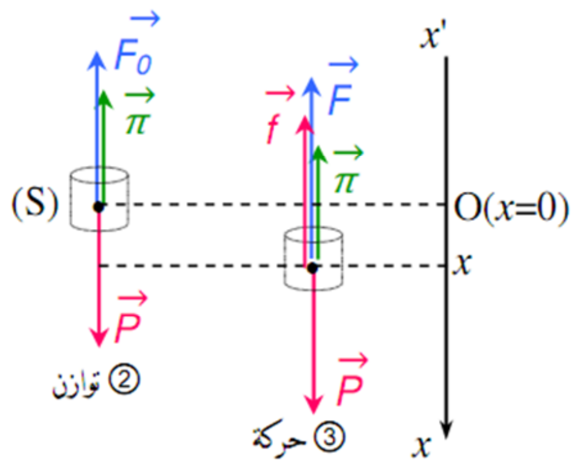
القوى المؤثرة:

ثقل الجسم P ، توتر النابض $F_0$ ، دافعة أخميدس $\Pi$

عند التوازن : $\sum \vec{F} = \vec{0}$ أي $\vec{P} + \vec{F_0} + \vec{\Pi} = \vec{0}$

بالإسقاط نجد $\boxed{m.g - \Pi - k.\Delta L = 0}$ ...........(1)

حيث: $\Delta l$ : استطالة النابض عند التوازن




✓ في حالة الحركة :

القوى المؤثرة:

ثقل الجسم P ، توتر النابض F ، دافعة أخميدس $\Pi$ ، قوة الاحتكاك f

بتطبيق قانون نيوتن الثاني نجد : $\vec{P} + \vec{F} + \vec{\Pi} + \vec{f} = m.\vec{a}$

بالاسقاط نجد :

(2) ..... $m.g - \Pi - k(\Delta l + x) - hv = m.a$

h : ثابت موجب يميو لزوجة السائل.

من (1) و (2) نجد:

$-kx - h.\frac{dx}{dt} = m.\frac{d^2x}{dt^2}$ ومنه $\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{h}{m}.\frac{dx}{dt} + \frac{k}{m}x = 0}$ وهي معادلة تفاضلية من الرتبة الثانية حلها خارج البرنامج .

### ✓ حالة الاحتكاكات الصلبة :

تؤثر في الجسم القوى الموضحة بالشكل أدناه حيث تكون قوة الاحتكاك (صلب ـ صلب) ثابتة الشدة

بتطبيق قانون نيوتن الثاني نجد :

$$\vec{P} + \vec{F} + \vec{R} + \vec{f} = m.\vec{a}$$

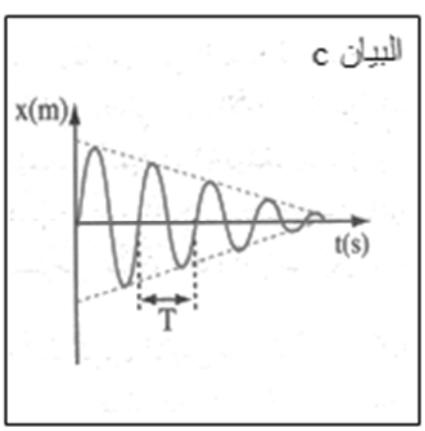
بالاسقاط نجد:

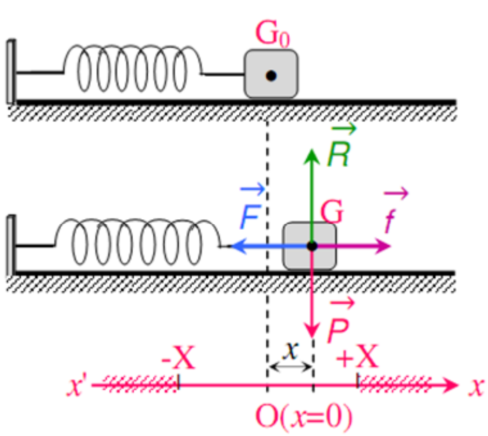
$$-kx + f = m.a$$

ومنه $-kx + f = m.\frac{d^2x}{dt^2}$

ومنه $\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x - \frac{f}{m} = 0}$

وهي معادلة تفاضلية من الرتبة الثانية حلها خارج البرنامج .



خلاصة:

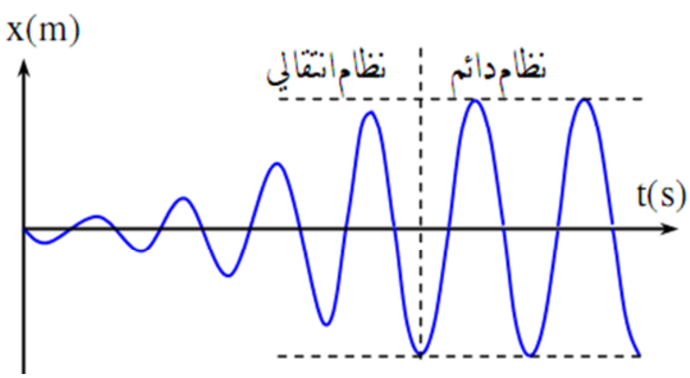
ـ إذا كانت قوة الاحتكاك ضعيفة جدا نقول عن الحركة أنها شبه دورية ودورها $T \approx T_0$ تتخامد الحركة أسيا كما يوضح الشكل ( a).

ـ إذا كانت قوة الاحتكاك كبيرة نقول عن الحركة أنها لا دورية حرجة كما يوضح الشكل (b)

ـ إذا كان قوة الاحتكاك ثابتة نقول عن الحركة أنها شبه دورية ودورها $T \approx T_0$ تتخامد الحركة خطيا كما يوضح الشكل ( c)

### 3.1.3ـ تغذية الاهتزازات الميكانيكية :

لا تخلو حركة أي مهتز ميكانيكي حقيقي من تخامد يؤدي الى تناقص سعته ، وللحفاظ على سعة ثابتة يجب تعويض وباستمرار الطاقة الضائعة بفعل الاحتكاك . يتم ذلك بواسطة أجهزة خاصة مثل اضافة ثقل موازن لساعة حائطية أو نابض حلزوني كما في ساعة اليد .




ان تغذية الاهتزازات الميكانيكية تتم بتطبيق قوة اضافية على الجسم المهتز لا تؤثر على السعة بل بامكانها أن تعوض بشكل مستمر كل الطاقة الضائعة و تصبح السعة ثابتة .

ففي النواس المرن الافقي تصبح المعادلة التفاضلية من الشكل:

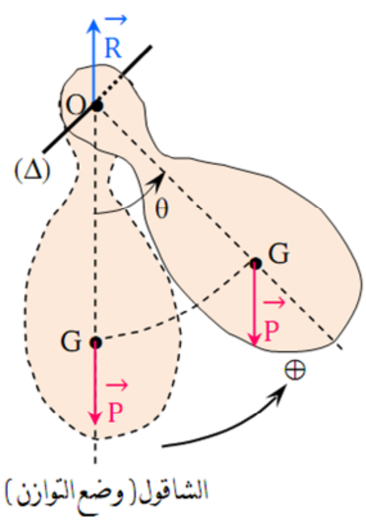
$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{k}{m}x=0}$ وحلها من الشكل : $\boxed{x(t)=X_0\cos(\omega t+\varphi)}$

### 2.3ـ النواس الثقلي :

#### 1.2.3ـ تعريف :

هو كل جسم صلب بامكانه الاهتزاز حول محور ثابت و أفقي لا يمر من مركز عطالته مثل: الأرجوحة ـ رقاص ساعة حائطية

#### 2.2.3ـ توازن النواس :




النواس الثقلي

يكون النواس الثقلي في حالة توازن عندما يكون مركز عطالته واقعا على نفس الشاقول مع نقطة تعليقه

فاذا كان اسفل منها يكون في توازن مستقر

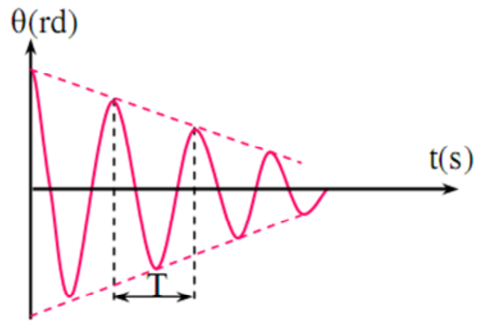
واذا كان أعلى منها يكون في حالة توازن قلق ( مضطرب – غير مستقر )

### 3.2.3ـ دراسة اهتزاز النواس :

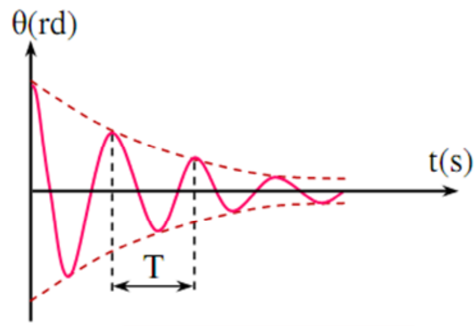
ـ حالة الحركة دون احتكاكات : تكون الاهتزازات دورية غير متخامدة

ـ حالة الحركة بالاحتكاك : نميز حالتين :

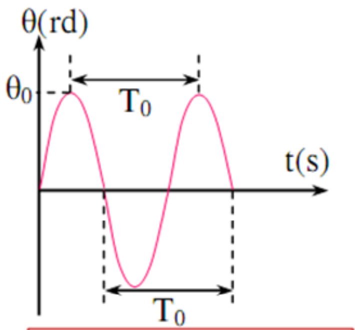
- احتكاكات مائعة تكون الحركة متخامدة بنظام شبه دوري أسي
- احتكاكات صلبة تكون الاهتزازات متخامدة بنظام شبه دوري خطي




حالة الاحتكاكات الصلبة




تخامد في وسط مائع




مخطط الفاصلة لزاوية

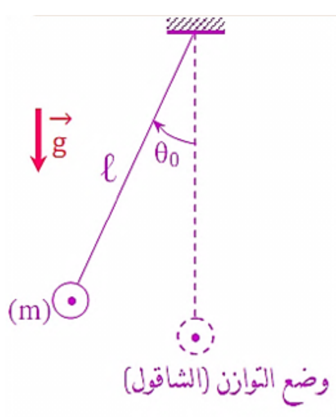
**ـ نموذج نواس غاليلي :**

يتألف من خيط طويل مهمل الكتلة و عديم الامتطاط طوله ($\ell$) معلق بنهايته الحرة جسم نقطي ( أبعاده مهملة أمام طول الخيط ) يدعى النواس البسيط .

### 4.2.3ـ النواس البسيط

يتألف من جسم نقطي كتلته m معلق إلى نقطة ثابتة بواسطة خيط خفيف وعديم الامتطاط طوله $\ell$

#### أـ دراسة الحركة في حالة الاهتزازات الحرة غير المتخامدة :




نزيح كرة النواس بزاوية إزاحة ابتدائية $\theta$ في اتجاه نعتبره الاتجاه الموجب ونتركها دون سرعة ابتدائية ، نلاحظ أن الكتلة تحاول الرجوع إلى الوضع الشاقولي بفعل قوة جذب الأرض ( T ) .

ـ توازن النواس: يكون النواس في حالة توازن عندما يكون شاقوليا

ـ حركة النواس: عند الحركة نلاحظ أن النواس يقوم بحركة دورية بحيث تجريبيا وجد أنه :

ـ يزداد دوره ببعد مركز عطالته عن محور الدوران ( طول النواس $\ell$ ) أي : $\left(T \propto \sqrt{l}\right)$

ـ يقل دوره بزيادة الإرتفاع عن الأرض ( نقصان الجاذبية g ) $\left(T \propto \sqrt{\frac{1}{g}}\right)$

ـ لا يتأثر دوره بالكتلة المعلقة m .

نستنتج مما سبق ان : $T = K\sqrt{\frac{l}{g}}$ حيث $K = 6,28 = 2\,\Pi$

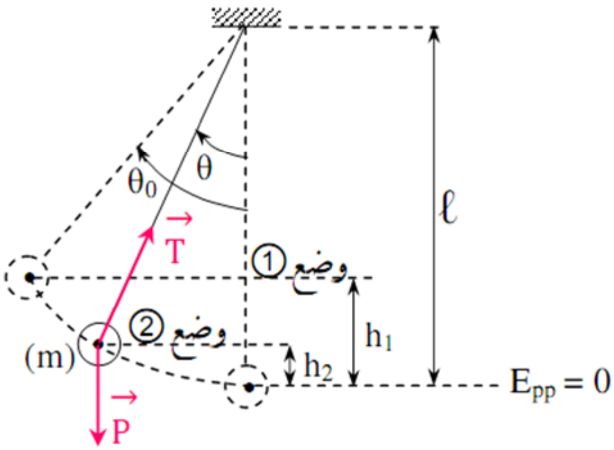
و منه يتم الوصول إلى عبارة الدور الذاتي من أجل الاهتزازات صغيرة السعة $\boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}$ لشعبة العلوم التجريبية تجريبيا دون التطرق للمعادلة التفاضلية .

**ملاحظة:**

من أجل السعات الكبيرة يعطى الدور بالعبارة التالية : $\boxed{T = T_0(1+\frac{\theta_0^2}{16})}$

حيث $\theta_0$: سعة الإهتزاز ( rad ) ، $T_0$: الدور الذاتي من اهتزازات صغيرة السعة

## ✍ الدراسة الطاقوية للنواس: المعادلة التفاضلية ( خاص بشعبتي 3 ت ر ، 3 ر)




إن الجملة ( كتلة + أرض ) تملك طاقة حركية وكامنة ثقلية

نعتبر المستوى المرجعي لقياس الطاقة الكامنة الثقلية

المستوى الأفقي المار بوضع التوازن

من معادلة انحفاظ الطاقة:

$E_{C1} + E_{PP1} = E_{C2} + E_{PP2}$ حيث $E_{C1} = 0$

$\frac{1}{2}mV^2 = mgh_1 - mgh_2$

أي أن $\frac{1}{2}mV^2 = mgl(\cos\theta - \cos\theta_0)$

$V^2 = 2gl(\cos\theta - \cos\theta_0)$

باشتقاق المعادلة من الطرفين نحصل على:

$2v.\frac{dv}{dt} = -2g.l(\frac{d\theta}{dt}.\sin\theta)$ حيث $v = l\frac{d\theta}{dt}$ نخلص إلى أن

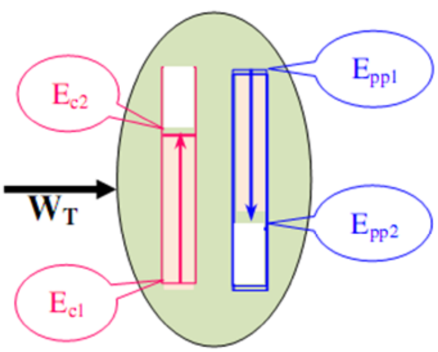
$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{l}\sin\theta$$

من أجل الزوايا الصغيرة $\left(\theta \prec 10^\circ\right)$ يكون $\sin\theta = \theta(rad)$

فإن $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\theta = 0$ وهي معادلة تفاضلية من الرتبة الثانية حلها جيبيا من

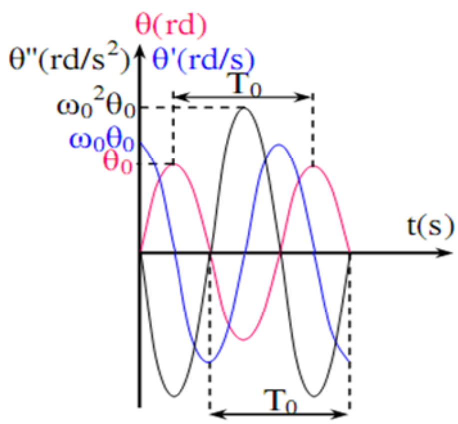
الشكل $\theta(t) = \theta_0.\cos(\omega_0.t + \varphi)$

نبضها الذاتي: $\boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}}$ دورها الذاتي: $\boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}$




الحصيلة الطاقوية

ـ ( من أجل $\varphi = 0$ )




مخططات الحركة الدورانية الجيبية

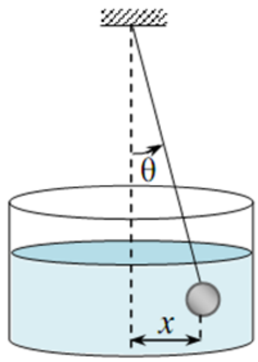
. مخطط الفاصلة الزاوية θ(t) « تابع جيبي »

. مخطط السرعة الزاوية θ'(t) « تابع جيبي »

. مخطط التسارع الزاوي θ''(t) « تابع جيبي »

ب ـ دراسة الحركة حالة الاهتزازات الحرة المتخامدة :

نجعل النواس داخل حوض به ماء و نراقب حركته بعد ازاحته عن وضع توازنه تكون سعة النواس متناقصة تدريجيا حتى تنعدم نتيجة لزوجة الماء الضعيفة لذا تكون الاهتزازات شبه دورية متخامدة نعيد نفس التجربة لكن باستبدال الماء بالزيت نلاحظ أن النواس لا يهتز نتيجة اللزوجة المرتفعة للزيت وتكون النظام لا دوري حرج



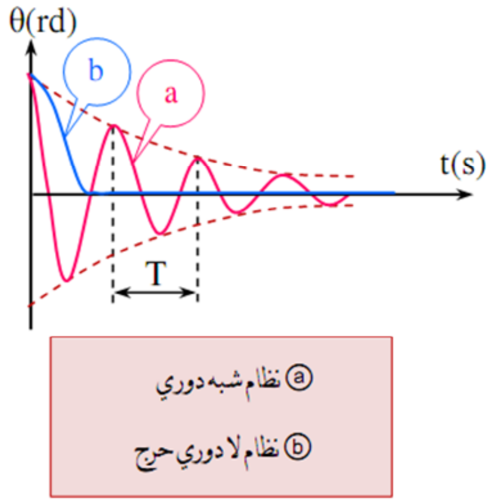

<u>نتيجـــة:</u>

يزداد التخامد كلما زادت فعالية الاحتكاكات حيث:

ـ من أجل الاحتكاكات الضعيفة يكون الاهتزاز شبه دوري متخامد الشكل ( a )،

ـ تزايد الاحتكاكات يسبب تزايد في التخامد واذا وصل إلى قيمة كبيرة يكون النظام

لا دوري حرج الشكل (b).

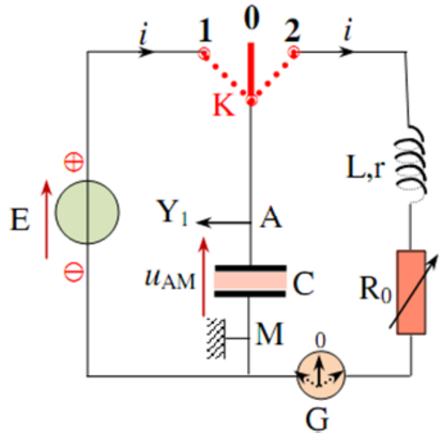


# II- الإهتزازات الحرة لجملة كهربائية

## 1ـ الجملة الكهربائية المهتزة:

ندعو جملة كهربائية مهتزة كل دارة تحتوي على وشيعة ، مكثفة مشحونة ومقاومة

## 2ـ حالة اهتزازات حرة متخامدة:




نحقق الدارة الموضحة في الشكل المقابل :

ـ نقوم بشحن المكثفة بوضع البادلة في الوضع 01 .

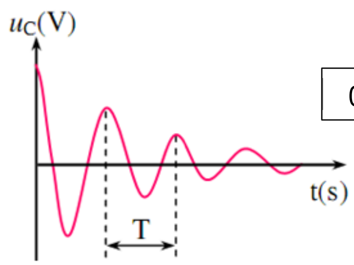
ـ نقوم بتفريغ المكثفة بوضع البادلة في الوضع 02 .

نعطي لـ $R_0$ قيم متزايدة و من أجل كل قيمة نراقب مؤشر الغلفاني

ـ المقاومة المكافئة للدارة هي : $R=R_0+r$

ـ من أجل $R_0=0$ أي $R=r$ (مقاومة صغيرة) تهتز ابرة الغلفاني إلى جانبي الصفر المركزي للجهاز بسعات متناقصة ثم تعود للصفر.

ـ نحصل على شاشة راسم الإهتزاز المهبطي على البيان :

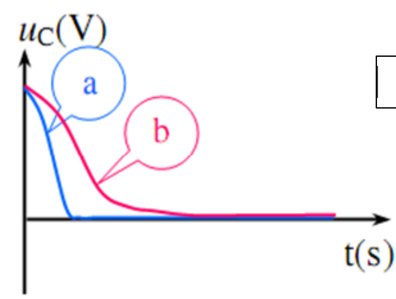



الشكل 01

ــ التوتر أثناء التفريغ متناوب و الإهتزازات شبه دورية و متخامدة ، وبما أن الجملة لا تتلقى طاقة من الخارج نسمي الدارة (R,L,C) الدارة المهتزة الحرة و المتخامدة .

ـ من أجل R كبيرة جدا ($R= R_C$) : نلاحظ أن إبرة الغلفاني تنحرف إلى جهة واحدة فقط ثم تعود للصفر .

و نحصل على البيان :



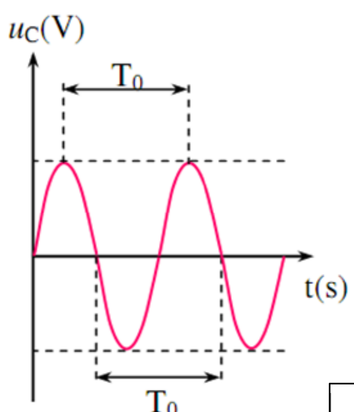

الشكل 02

ⓐ التخامد الحرج: $R = R_C$

ⓑ التخامد فوق الحرج : $R > R_C$

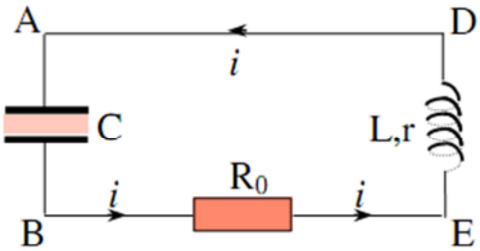
**نتيجة :**

يتناقص خمود الإهتزازات كلما كانت المقاومة R صغيرة بحيث لو أمكن جعل R=0 لكانت الإهتزازات دورية لا متخامدة




الشكل 03

## ✍ الدراسة التحليلية للدارة RLC :




باستخدام قانون التوترات لدينا $u_C + u_L + u_R = 0$

حيث $u_L = L\frac{di}{dt} + r.i$ ، $i = \frac{dq}{dt}$ ، $q = C.u_C$

$u_C + L\frac{di}{dt} + R.i = 0$ ، $u_C + L.C.\frac{d^2u}{dt^2} + R.C\frac{.du}{dt} = 0$

$\boxed{\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{R}{L}.\frac{du}{dt} + \frac{1}{L.C}.u_C = 0}$. وهي معادلة تفاضلية من الرتبة الثانية حلها خارج البرنامج

- من أجل R صغيرة : يكون النظام الكهربائي متخامد شبه دورية دورها $T \approx T_0$ ، منحناها البياني الشكل 01
- من أجل R كبيرة يكون النظام الكهربائي لا دوري حرج الشكل 02
- من أجل R = 0 ( دارة مثالية LC ) تصبح المعادلة التفاضلية $\boxed{\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{1}{L.C}.u_C = 0}$.

حلها جيبي من الشكل : $u_C(t) = E.\cos(\omega_0.t + \varphi)$ الشكل 03

نبضها الذاتي : $\boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$ ، دوره الذاتي : $\boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{LC}}$

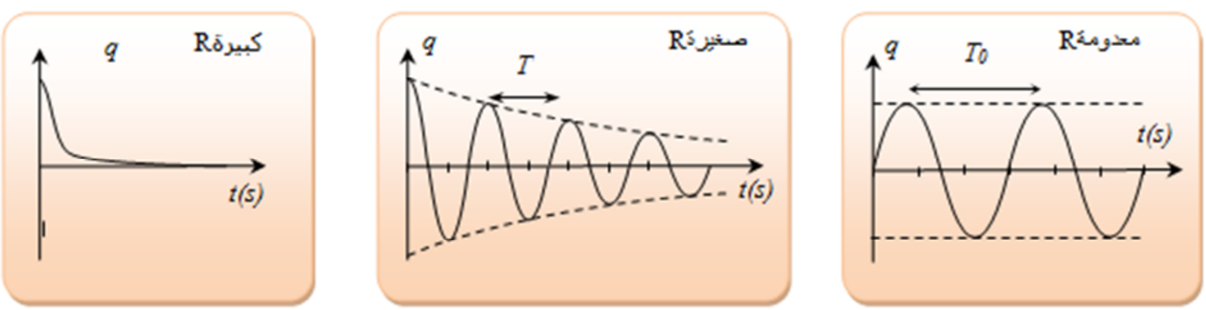
نقول عن النظام الكهربائي في هذه الحالة أنه دوري غير متخامد .

**ملاحظة:**

يمكن اجراء الدراسة التحليلية للدارة R.L.C باستعمال شدة التيار i أو كمية الكهرباء q

نحصل على :

$\boxed{L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0}$ أو $\boxed{\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dq}{dt} + \frac{q}{LC} = 0}$.



## ـ الدراسة الطاقوية للدارة RLC :

إن طاقة الدارة في أي لحظة هي طاقة الوشيعة والمكثفة $E = E_C + E_L$

$E(t) = \frac{1}{2}\frac{q^2(t)}{C} + \frac{1}{2}L.i^2(t)$ نشتق المعادلة من الطرفين نحصل على $\frac{dE}{dt} = \frac{1}{C}.q.\frac{dq}{dt} + L.i.\frac{di}{dt} = (\frac{1}{C}.q + L.\frac{d^2q}{dt^2}).\frac{dq}{dt}$

من المعادلة التفاضلية بدلالة q ( $L.\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{1}{C}.q = 0$ ) نجد $\frac{1}{C}.q + L.\frac{d^2q}{dt^2} = -R.i$

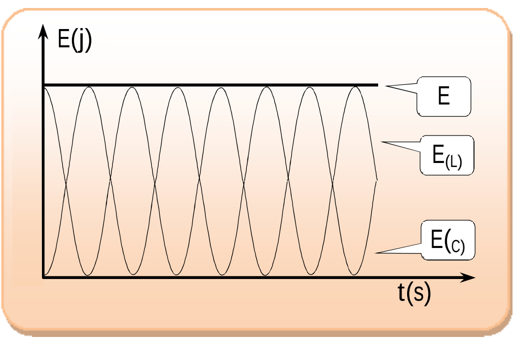
نحصل في النهاية على $\frac{dE}{dt} = -R.i^2$

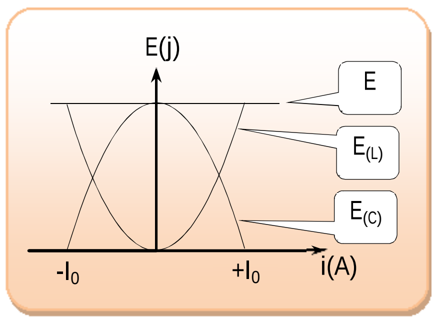
أي أن التغير في الطاقة غير معدوم مما يدا على إنه يوجد ضياع في الطاقة ( فعل جول ) وسبب هذا الضياع هو وجود المقاومة

ومن اجل دارة لا تحتوي على مقاومة فإن $\frac{dE}{dt} = 0$ الطاقة محفوظة وتعطى بـ $\boxed{E(t) = \frac{1}{2}\frac{q_0^2}{C} = \frac{1}{2}L.I_0^2 = C^{te}}$

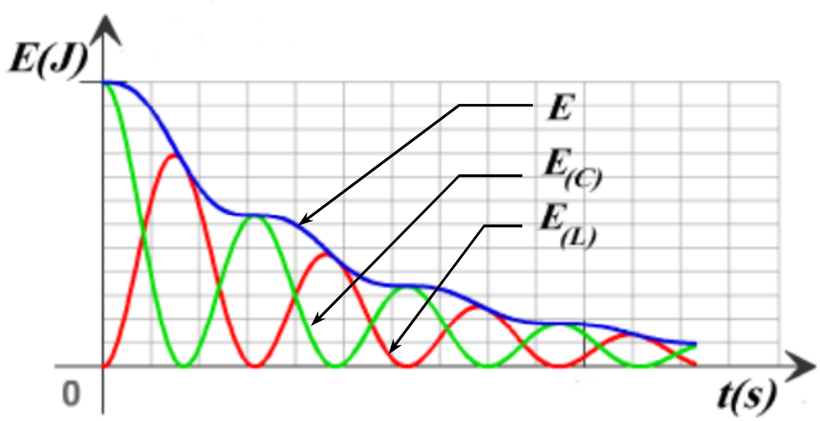
ويكون النظام غير متخامد دوري دوره الذاتي $\boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{LC}}$

### مخططات الطاقة في حالة الدارة مثالية (LC)

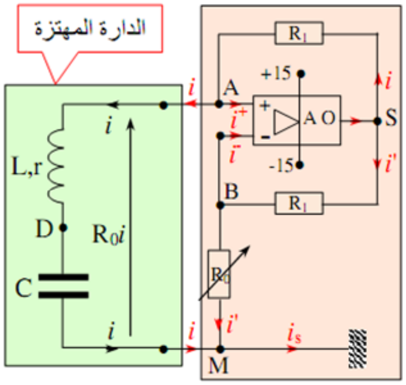



### مخططات الطاقة في حالة الدارة (RLC)



### 3ـ تغذية الإهتزازات الكهربائية المتخامدة:

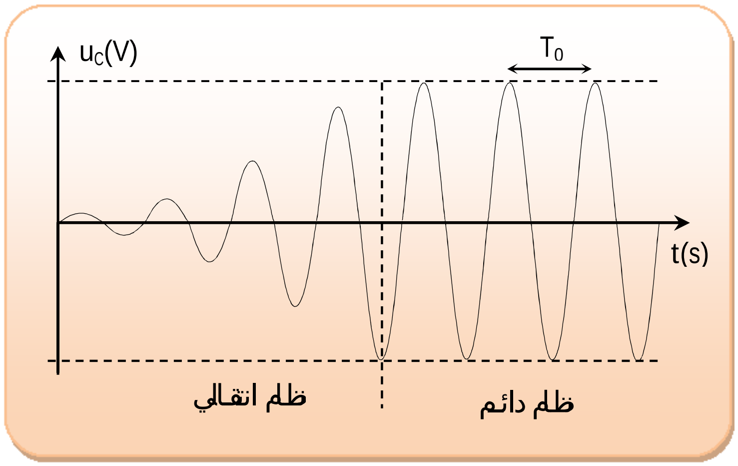



إن المسؤول عن تخامد الاهتزازات هو المقاومة ولذلك يمكن تغذية الدارة بتوصيلها بجهاز( مضخم تطبيقي A.O) يعوض الطاقة الضائعة بفعل المقاومة حيث يلعب هذا الجهاز دور مقاومة سالبة

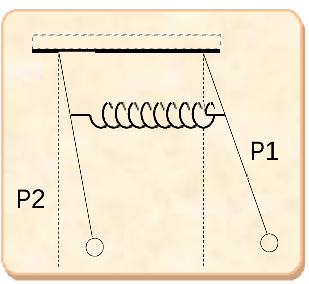
حيث يكون قانون التوترات كالتالي: $u_C + L\dfrac{di}{dt} + r.i = R_0.i$

من اجل $R_0 = r$ يكون: $u_C + L\dfrac{di}{dt} = 0$ ، $\boxed{\dfrac{d^2u}{dt^2} + \dfrac{1}{L.C}.u_C = 0}$.

فيتحول بذلك النظام من اهتزازي متخامد إلى نظام اهتزازي مغذى غير متخامد.




## III- الإهتزازات القسرية :




نقول عن جملة أنها تهتز باهتزازات قسرية إذا فرض عليها اهتزازات من عامل خارجي حيث يزودها بالطاقة دوريا ولذا يسمى العامل الخارجي محرض والجملة مجاوب وعندما يكون تواتر المحرض متوافق مع المجاوب نقول أنه حدث تجاوب بينهما فتهتز الجملة عندئذ بأكبر سعة ممكنة

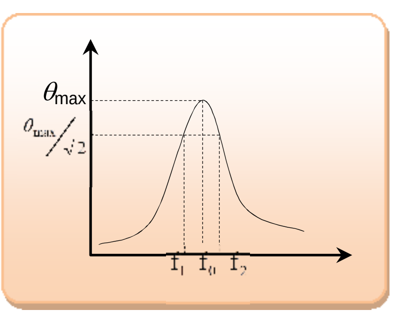
### 1ـ دراسة التجاوب:

#### 1.1ـ الاهتزازات القسرية الميكانيكية (حالة نواس ثقلي بسيط):

نحقق التركيب التالي: نعتبر النواس $P_{exit}$ محرض تواتره الذاتي $f_{exit}$ و $P_{oscil}$ مجاوب تواتره الذاتي $f_{oscil}$ نجعل في البداية النواس المجاوب ساكنا و نجعل النواس المحرض يهتز بتواتر ذاتي $f_{oscil} > f_{exit}$ ، نلاحظ أن النواس المجاوب يبدأ في الاهتزاز شيئا فشيئا بسعة متزايدة لكنها تبقى صغيرة نغير طول النواس المحرض من أجل تغيير دوره فنلاحظ أن سعة الأهتزاز في النواس المجاوب تزداد كذلك وتصل إلى قيمتها الأعظمية من أجل $f_{exit} = f_{oscil}$

نقول انه حدث تجاوب (رنين) ميكانيكي بين النواسين

وعند زيادة $f_{exit}$ بحيث تكون $f_{oscil} < f_{exit}$ تقل سعة إهتزاز المجاوب من جديد



ـ منحنى التجاوب: انطلاقا مما سبق يمكن رسم المنحنى البياني بين تغيرات تواتر النواس المحرض وسعة إهتزاز المجاوب كما بالشكل:

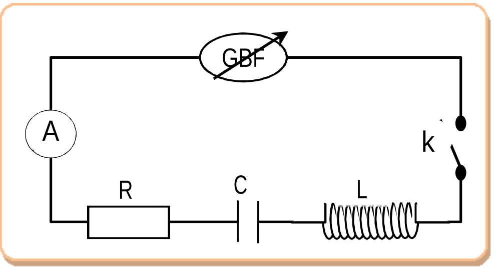
تكون سعة الاهتزاز مقبولة من أجل $\theta \geq \dfrac{\theta_{\max}}{\sqrt{2}}$ يكون عندها تواتر الاهتزاز محصور

بين القيمتين $f_2$ , $f_1$ نسمي الفرق بين التواترين حزمة المرور ( الشريط النافذ )

ونكتب $\Delta f = f_2 - f_1$ ونسمي $f_0$ تواتر التجاوب ( $f_0 = f_{oscil}$ )

معامل الجودة: هو مقدار يعبر عن حالة التجاوب بين المحرض والمجاوب ( الرنان) ويعطى بالعلاقة $\boxed{Q = \dfrac{f_0}{\Delta f}}$

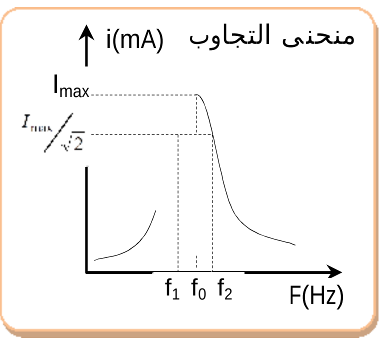
## 2.1ـ الاهتزازات القسرية الكهربائية ( حالة دارة RLC ):




تحدث الاهتزازات القسرية الكهربائية عندما نفرض على الدارة RLC توترا كهربائيا متناوبا تواتره f وذلك باستعمال مولد تواترات منخفضة متغير التواتر GBF فيرغم الدارة على الاهتزاز بهذا التواتر

ـ الدراسة الكمية (الشريط النافذ وعامل الجودة ):

نوصل الدارة بمقياس أمبير لقياس شدة التيار وكذلك يستعمل مدخلي راسم اهتزاز مهبطي $Y_A$ لقياس التوتر بين طرفي الناقل الاومي و $Y_B$ لقياس التوتر بين طرفي الدارة نجعل تواتر GBF أقل من التواتر الذاتي للدارة $f_0$ ثم نغير من قيمته تدريجيا حتى يتجاوز التواتر الذاتي للدارة ونتابع شدة التيار i(t) نحصل على المنحنى المقابل




تكون شدة التيار معتبرا من أجل $I_{eff} \geq \dfrac{I_{eff\,(\max)}}{\sqrt{2}}$ يكون عندها التواتر محصورا

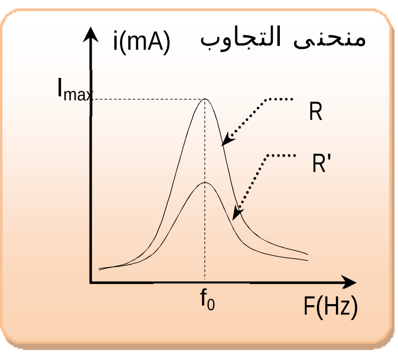
بين القيمتين $f_2$ , $f_1$ نسمي الفرق بين التواترين حزمة المرور ( الشريط النافذ )

ونكتب $\Delta f = f_2 - f_1$ ونسمي $f_0$ تواتر التجاوب حيث $\boxed{f_0 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{L.C}}}$

وهو التواتر الذاتي للدارة RLC

معامل الجودة: هو مقدار يعبر عن حالة التجاوب ويعطى بالعلاقة $\boxed{Q = \dfrac{f_0}{\Delta f}}$

ـ تأثير المقاومة على التجاوب:




نعيد التجربة السابقة من اجل قيمة أكبر للمقاومة R’ حيث ( R’ > R )

نحصل على المنحنى المقابل:

من أجل المقاومة الصغيرة R يكون التخامد ضعيفا والتجاوب حادا

من أجل المقاومة الكبيرة R’ يكون التخامد متوسطا والتجاوب غير واضح ( ضبابي)

ممانعة الدارة:

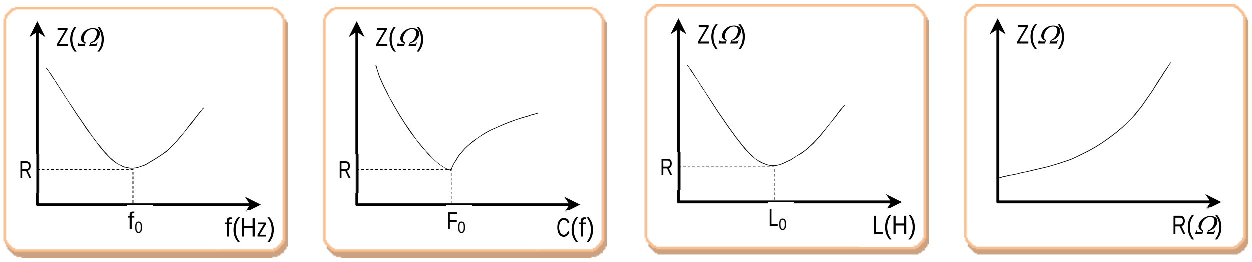
هي العرقلة التي تبديها الدارة للتيار الكهربائي المار فيها يرمز لها بالرمز Z

وتعطى بالعلاقة: $Z = \dfrac{u(t)}{i(t)} = \dfrac{U_0}{I_0} = \dfrac{U_{eff}}{I_{eff}}$

## تأثير R , L , C على الممانعة Z

نعيد الدارة السابقة ونغير كل مرة أحد العناصر R , L , C , f ونحسب ممانعة الدارة Z

نلاحظ ان هذه التغيرات تكون وفق المنحنيات التالية:

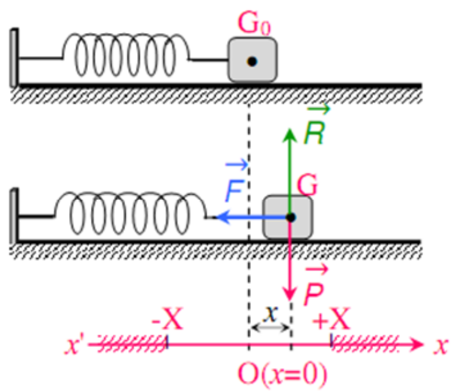
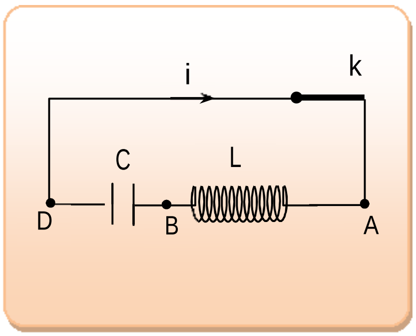



- تزداد ممانعة الدارة بزيادة المقاومة
- تتناقص قيمة الممانعة بزيادة الذاتية إلى أن تصل إلى قيمة حدية صغرى ( $Z = R$ ) ثم تزداد بعد ذلك
- تتناقص قيمة الممانعة بزيادة السعة إلى أن تصل إلى قيمة حدية صغرى ( $Z = R$ ) ثم تزداد بعد ذلك
- تتناقص قيمة الممانعة بزيادة التواتر إلى أن تصل إلى قيمة حدية صغرى ( $Z = R$ ) يكون عندها $f = f_0$ ثم يزداد بعد ذلك

نتيجة:

عند حدوث التجاوب الكهربائي يتحقق ما يلي: تصبح الشدة أعظمية $i = I_{max}$ ، تصبح الممانعة أصغرية $Z = R$

## IV- التطابق ( ميكانيك – كهرباء ):

| اهتزازات جملة ميكانيكية حرة و مثالية | اهتزازات جملة كهربائية حرة و مثالية |
|---|---|
|  |  |
| بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :<br>$\vec{P}+\vec{R}+\vec{F}=m.\vec{a}$<br>بالإسقاط نجد $-F=m.a$<br>ومنه $-k.x=m.\frac{d^2x}{dt^2}$ نستخلص أن:<br>$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{k}{m}x=0}$ وهي معادلة تفاضلية من الرتبة الثانية حلها جيبي من الشكل:<br>$\boxed{x(t)=X_0\cos(\omega_0 t+\varphi)}$<br>عبارة دورها الذاتي: $\boxed{T_0=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$<br>عبارة طاقة الجملة :<br>$\boxed{E(t)=\frac{1}{2}mv^2(t)+\frac{1}{2}kx^2(t)}$ | حسب قانون جمع التوترات في الدارة المهتزة ABD<br>$U_{AB}+U_{BD}=0$ أي: $u_L(t)+u_C(t)=0$<br>ومنه $\boxed{L\frac{di}{dt}+\frac{1}{C}q=0}$ حيث : $\boxed{\frac{di}{dt}=\frac{d^2q}{dt^2}}$<br>$\boxed{\frac{d^2q}{dt^2}+\frac{1}{LC}q=0}$<br>وهي معادلة تفاضلية من الرتبة الثانية حلها جيبي من الشكل: $\boxed{q(t)=Q_0\cos(\omega_0 t+\varphi)}$<br>عبارة دورها الذاتي: $\boxed{T_0=2\pi\sqrt{L.C}}$<br>عبارة طاقة الجملة :<br>$\boxed{E(t)=\frac{1}{2}Li^2(t)+\frac{1}{2}\frac{q^2(t)}{C}}$ |

| المطابق الميكانيكي للكهربائي | | | |
|---|---|---|---|
| كتلة+نابض | | دارة **R L C** على التسلسل | |
| المطال | $x$ | الشحنة | $q$ |
| السرعة | $dx/dt$ | شدة التيار الكهربائي | $i$ |
| التسارع | $d^2x/dt^2$ | مشتق التيار الكهربائي | $di/dt$ |
| كتلة الجسم | $m$ | ذاتية الوشيعة | $L$ |
| ثابت المرونة | $k$ | مقلوب السعة | $1/C$ |