تحليل الأبعاد (Aalyse dimensionnelle)

تستعمل طريقة تحليل الأبعاد للتحقق من تجانس العلاقات الفيزيائية وكذا البحث عن علاقات فيزيائية أخرى.

1- مفهوم البعد:

- معرفة بعد مقدار (G) يعلم عن طبيعته الفيزيائية.ويرمز لبعد المقدار بـ: $[G]$.

مثال: إذا كان G طولا، نكتب $[G]=L$.

- العلاقة $[G]=L$ تمثل معادلة الأبعاد للمقدار G .
- كتابة معادلة أبعاد مقدار لا تتطلب اختيار نظام معين للوحدات.

مثال: السمك e له بعد الطول ومنه $[e]=L$ مهما كانت الوحدة المستعملة.

- عندما نصل في كتابة معادلة الأبعاد لمقدار G إلى $[G]=1$، نقول أن G ليس له بعد، لكن يمكن أن تكون له وحدة.

مثال: تقدر الزاوية في النظام الدولي للوحدات بالراديان (rad) و بعدها 1 أي $[\alpha]=1$ لأنها نسبة بين بعدين $[\alpha]=\frac{S}{R}$

$$[\alpha]=\frac{[S]}{[R]}=\frac{L}{L}=1$$

حيثS طول القوس وR نصف قطر الدائرة.

- نقول عن معادلة أنها متجانسة إذا كان لطرفيها نفس البعد.

المقادير الأساسية في النظام الدولي للوحدات :

المقادير	البعد الموافق	الوحدة S .I
الطول	**L**	**m**
الكتلة	**M**	**kg**
الزمن	**T**	**s**
شدة التيار	**I**	**A**
درجة الحرارة	θ	**K**
كمية المادة	**N**	**mol**
شدة الإضاءة	**J**	**Cd**

إن أبعاد المقادير تحترم القواعد التالية:

- بعد جداء مقدارين يساوي جداء بعدي المقدارين : $[A.B] = [A]\,[B]$
- الجمع الجبري: لا تجمع إلا العبارات التي لها نفس البعد.
- الجداء و القسمة: بعد جداء (قسمة) يساوي جداء(قسمة) بعدي المقدارين.
- الأس: بعد مقدار من الشكل: A^x ، يساوي $[A]^x$ ، حيث (x) ليس بعدا.

ملاحظة: بالنسبة للدوال التالية: e^u ، ln(u)، tan u، cos u، sin u.

المقدار u ليس له بعد.

2- استعمال التحليل البعدي:

يسمح التحليل البعدي، عند كتابة معادلة أو عبارة، بالتحقق من تجانسها وحسب الحالة، بتصحيحها، إذ لا يمكن أن تكون عبارة غير متجانسة صحيحة.

مثال (1) : التحقق من تجانس العلاقة RC :

ولدينا: $[RC]= [R]\,[C]$ إذن: $i = C\dfrac{du}{dt}$ $[C]=\dfrac{[i][t]}{[u]}$ من أجل المقاومة يكون لدينا: $u = R\,i$ وبالتالي:

$[R]=\dfrac{[u]}{[i]}$ نعوض كل هذا فنجد: $[RC] = [R][C] = \dfrac{[u][i][t]}{[u][i]} = [t]$

* نصطلح على تسمية هذا المقدار بثابت الزمن لثنائي القطب RC، ونرمز له بالرمز τ. أي: $\tau = RC$

مثال (2) : التحقق من تجانس العلاقة L/R:

كما نعلم أن $\left[\frac{L}{R+r}\right]=\frac{[L]}{[R+r]}$: $L=\frac{u_L}{di/dt}\Rightarrow [L]=\frac{[u]}{[I]}[T]$

ولدينا أيضا: $R=\frac{u_R}{i}\Rightarrow [R]=\frac{[u_R]}{[I]}=\frac{[u]}{[I]}$

$\left[\frac{L}{R+r}\right]=\frac{[u][T][I]}{[I][u]}$ أي أن : $\left[\frac{L}{R+r}\right]=[T]$ ومنه وحدة المقدار $\frac{L}{R+r}$ هي الثانية.

* نصطلح على تسمية المقدار $\frac{L}{R+r}$ بثابت الزمن لثنائي القطب R L ، ونرمز له بالرمز τ.

مثال(3): التحقق من تجانس عبارة الدور لنواس بسيط $T_0=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$.

بعد العبارة الأولى للمساواة هي $[T_0]=T$.

المعادلة بأبعاد العبارة الثانية تكتب كما يلي:

$$\left[\sqrt{\frac{l}{g}}\right]=\frac{[\sqrt{l}]}{[\sqrt{g}]}=[l]^{1/2}[g]^{-1/2} \quad \text{مع} \quad [l]^{1/2}=L^{1/2}$$

مع العلم أن $\sum\vec{F}=m\vec{a}$ ، إذا $\sum\vec{F}=\vec{P}=m\vec{g}$

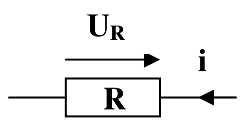
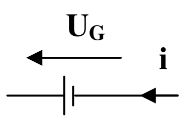
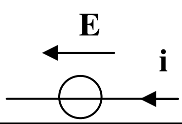
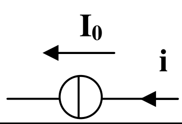
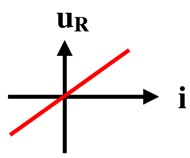
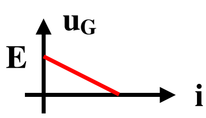
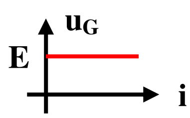
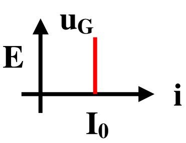
إذن $[P]=[m][g]=[m][a]$

بحيث أن $[g]=[a]=LT^{-2}$.

باستبدال $[l]$ و $[g]$ في المعادلة بالأبعاد $[l]^{1/2}[g]^{-1/2}$ ، نحصل على : $L^{1/2}L^{-1/2}\left(T^{-2}\right)^{-1/2}=T$

المقدار $T_0=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ متجانس لأن عبارتي المعادلة لهما نفس البعد، الذي هو الزمن.

<u>مفاهيم في الكهرباء :</u>

	المستقبل	المولد		
ثنائي القطب	الناقل الأومي	المولد الحقيقي	مولد لتوتر ثابت	مولد لتيار ثابت
رمزه				
قانون أوم بين طرفيه	$u_R=R.i$ التوتر بين طرفيه يتعلق بشدة التيار المار فيه	$u_G=E-r.i$ التوتر بين طرفيه يتعلق بشدة التيار الذي يسريه	$u_G=E$ التوتر بين طرفيه ثابتا مهما كانت شدة التيار الذي يسريه	$I=I_0$ يسري تيارا ثابتا مهما كان التوتر بين طرفيه
بيان التوتر				

<u>ملاحظات :</u>

1- عندما يكون سهم التوتر وسهم التيار لهما نفس الجهة $u.i > 0$ نقول أن ثنائي القطب مولد .

2- عندما يكون سهم التوتر وسهم التيار متعاكسان في الجهة $u.i < 0$ نقول أن ثنائي القطب مستقبلا .

3- عندما يؤدي ثنائي قطب الوظيفتين (مولد ومستقبل) ، نصطلح على إعتباره مستقبلا أو مولدا.